

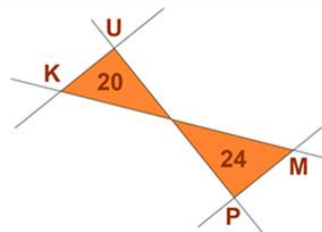
PREISKOVANJE FUNKCIJ Z UPORABO DIGITALNE TEHNOLOGIJE

mag. Selma Štular Mastnak

Srednja šola za strojništvo, kemijo in varovanje (ŠC Ljubljana)

Laško, 11. in 12. november 2024

6. konferenca o učenju
in poučevanju matematike
KUPM 2024



ZRSŠ
ZAVOD
REPUBLIKE SLOVENIJE
ZA ŠOLSTVO



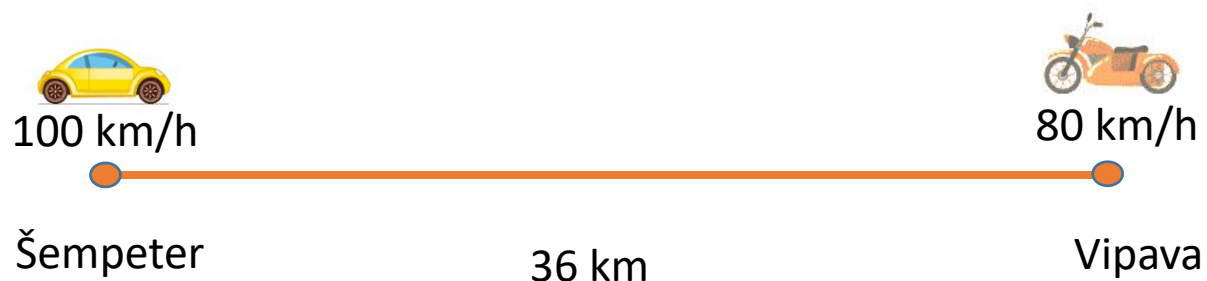
REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE



Sofinancira
Evropska unija

LINEARNA FUNKCIJA Z UPORABO DT

1. Iz Šempetra proti Vipavi odpelje avtomobilist, ki vozi po hitri cesti z enakomerno hitrostjo 100 km/h . Istočasno odpelje iz Vipave proti Šempetru motorist, ki vozi z enakomerno hitrostjo 80 km/h . Razdalja med Šempetrom in Vipavo je 36 km .





100 km/h

Šempeter

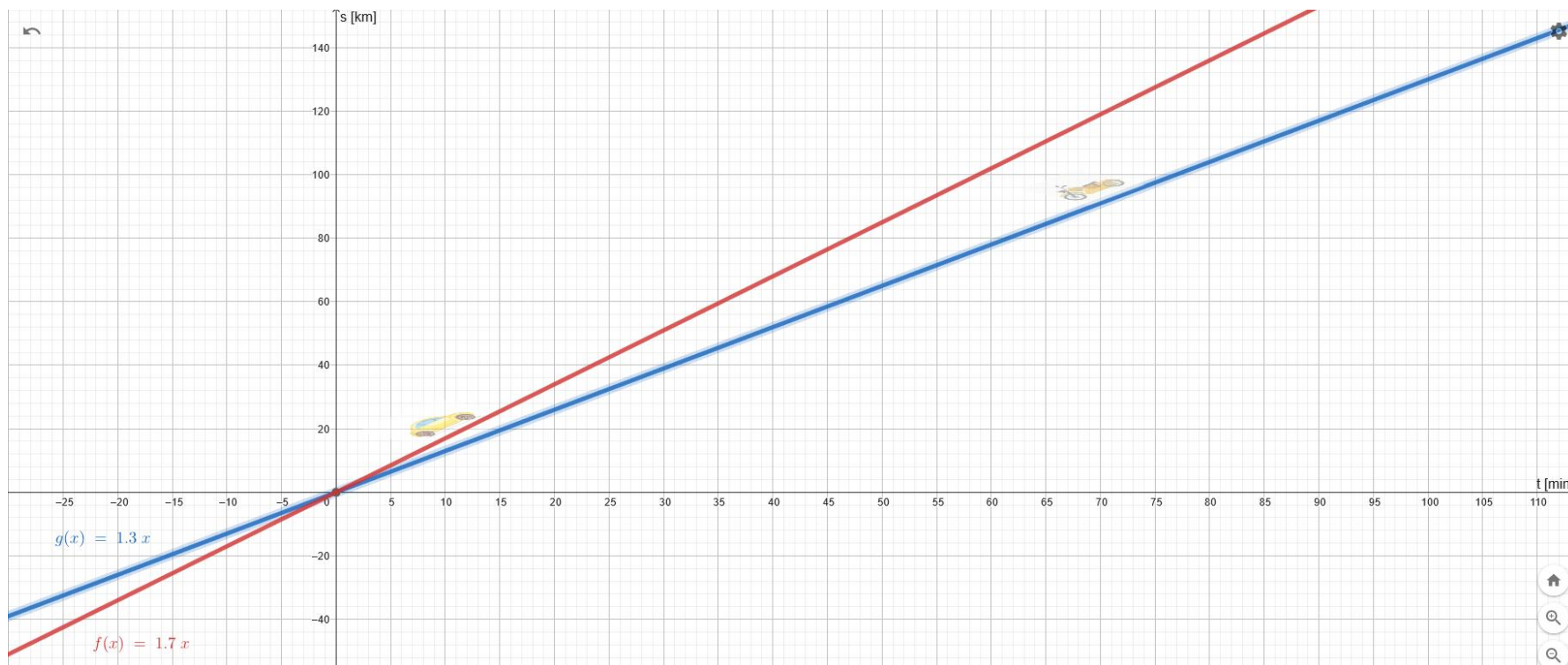


80 km/h

Vipava

36 km

a) V isti koordinatni sistem nariši grafa avtomobilista in motorista, ki prikazujeta odvisnost prevožene poti od časa.





100 km/h

Šempeter



80 km/h

Vipava

36 km

b) Po kolikšnem času od starta in v kolikšni razdalji od Šempetra se bosta srečala?





100 km/h

Šempeter

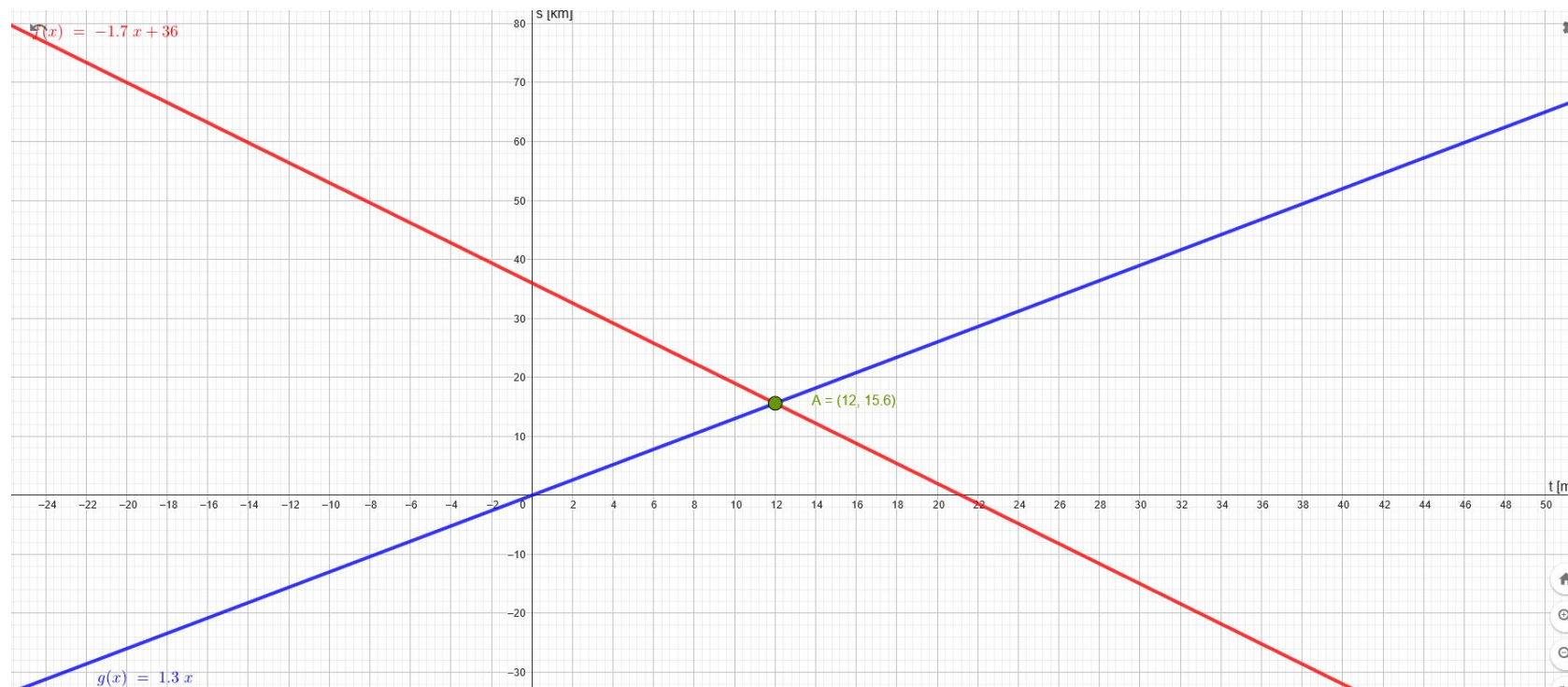


80 km/h

Vipava

36 km

- c) V isti koordinatni sistem nariši grafa avtomobilista in motorista, ki prikazujeta oddaljenost od Vipave v odvisnosti od časa.





100 km/h



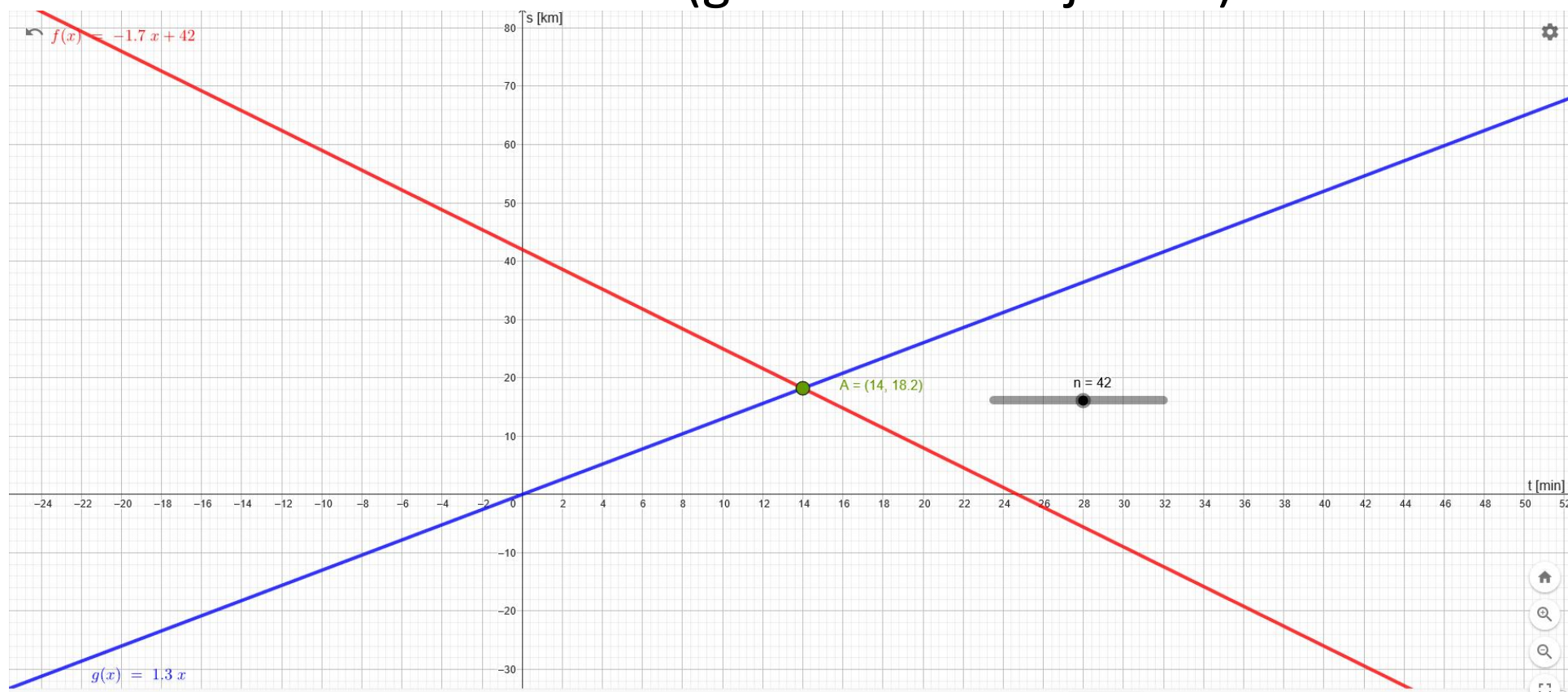
80 km/h

Šempeter

36 km

Vipava

d) NADGRADNJA Z DRSNIKOM (glede na oddaljenost)



MODELIRANJE Z LINEARNO FUNKCIJO

2. Ob napornem treningu so 15 dijakom z merilnikom spremljali maksimalni srčni utrip. Podatki so zapisani v preglednici.

Starost [leta]	15			16			17			18			19		
Dijaki	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Št. utripov/min	197	197	199	196	199	197	196	195	197	196	194	194	197	194	195

Starost [leta]	15			16			17			18			19		
Dijaki	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Št. utripov/min	197	197	199	196	199	197	196	195	197	196	194	194	197	194	195

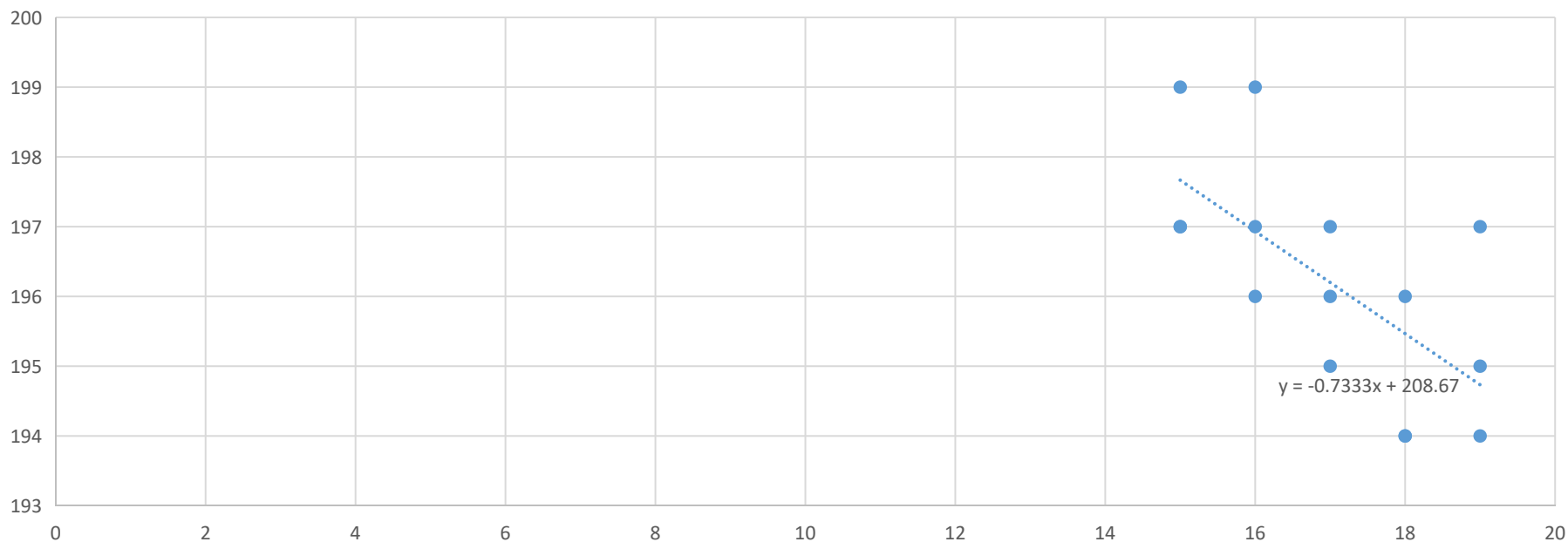
a) Izdelaj model maksimalnega srčnega utripa dijakov ob napornem treningu. Model predstavi z grafom in s predpisom (formulo).



Starost [leta]	15			16			17			18			19		
Dijaki	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Št. utripov/min	197	197	199	196	199	197	196	195	197	196	194	194	197	194	195

a) Izdelaj model maksimalnega srčnega utripa dijakov ob napornem treningu. Model predstavi z grafom in s predpisom (formulo).

Maksimalni srčni utrip



Starost [leta]	15			16			17			18			19		
Dijaki	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Št.	197	197	199	196	199	197	196	195	197	196	194	194	197	194	195
utripov/min															

- b) Pomagaj si z modelom in oceni maksimalni srčni utrip 15-letnika, 20-letnika, 30-letnika, 40-letnika, 50-letnika in 60-letnika.

$$g(x) = -0,73x + 208,67$$

$$g(15) = 198$$

$$g(20) = 194$$

$$g(30) = 187$$

$$g(40) = 179$$

$$g(50) = 172$$

$$g(60) = 165$$

Starost [leta]	15			16			17			18			19		
Dijaki	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Št.	197	197	199	196	199	197	196	195	197	196	194	194	197	194	195
utripov/min															

c) Na spletu poišči formulo za izračun maksimalnega srčnega utripa. Kaj ugotoviš?

Formula na spletu $f(x) = 208 - 0,7 \cdot (x)^*$ vs naš model $g(x) = -0,73x + 208,67$

*(vir: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/11153730/>)

NADGRADNJA NALOGE

3. Optimalni srčni utrip pri telesni aktivnosti osebe stare x let lahko prikažemo s funkcijo

$$O(x) = 0,6 \cdot (220 - x).$$

- a) Kolikšen je optimalni srčni utrip 15-letnega dijaka? [123]
- b) Koliko je stara oseba, ki ima optimalni srčni utrip 120? [20 let]
- c) Koliko so stare osebe s srčnim utripom med 90 in 96? [$60 \leq x \leq 70$]
- d) Svoje rešitve preveri računsko in z uporabo matematičnega modela.

MODELIRANJE S KVADRATNO FUNKCIJO

1. Potovalna agencija Turist za izlet na Dunaj zaračuna 398€ na osebo. Če se na izlet prijavita dve osebi, se cena na osebo zmanjša za 2€. Če se prijavijo tri osebe, se cena zmanjša za 4€, itd. Koliko prijavljenih oseb bi bilo za agencijo najbolj donosno in koliko znaša zaslužek?

$$1 \text{ oseba:} \qquad 398$$

$$2 \text{ osebi: } 2 \cdot 396 = 2 \cdot (400 - 2 \cdot 2)$$

$$3 \text{ osebe: } 3 \cdot 394 = 3 \cdot (400 - 2 \cdot 3)$$

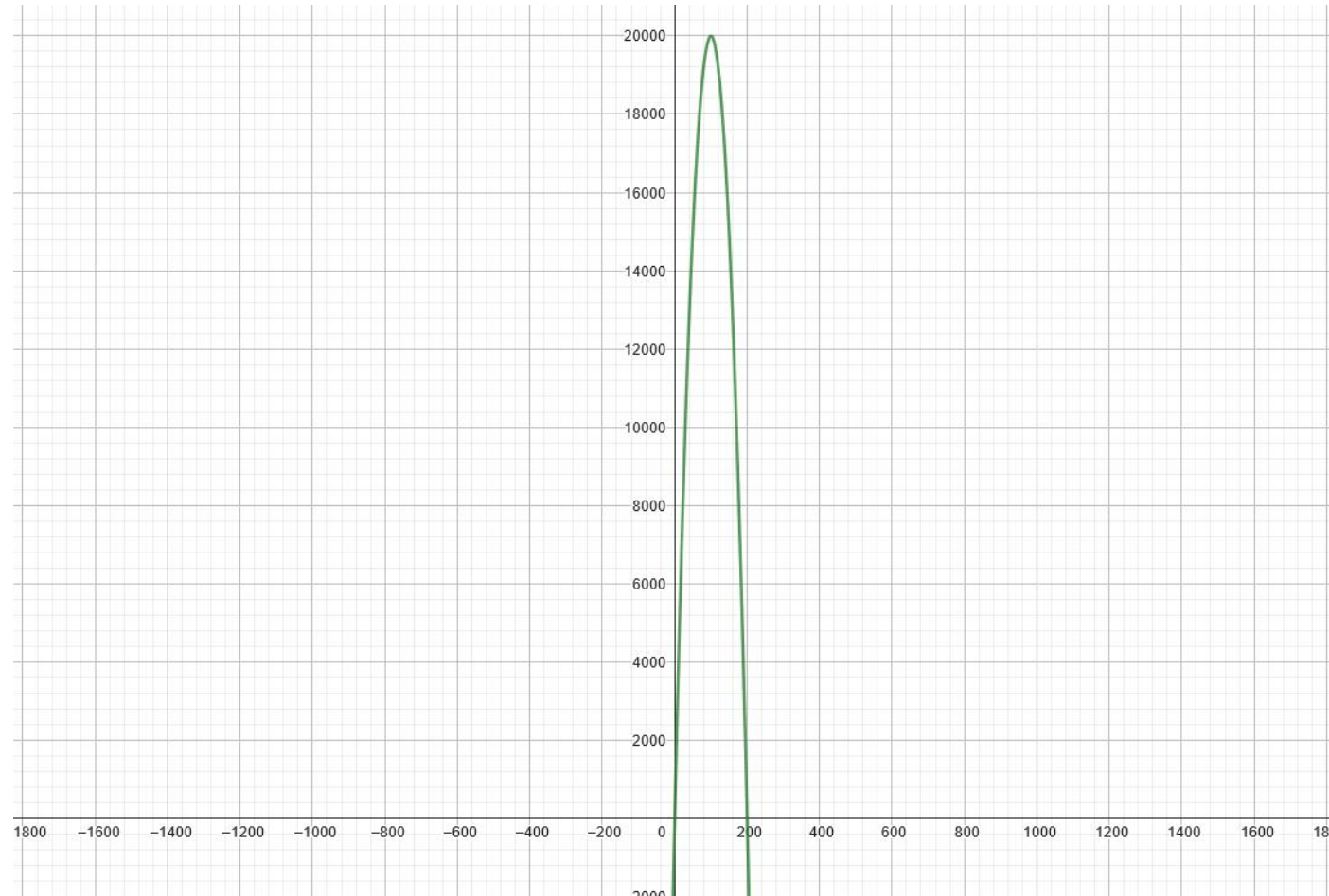
$$4 \text{ osebe: } 4 \cdot 392 = 4 \cdot (400 - 2 \cdot 4)$$

...

$$x \text{ oseb:} \qquad x \cdot (400 - 2 \cdot x)$$

$$f(x) = -2x^2 + 400x$$

$$f(x) = -2x^2 + 400x$$



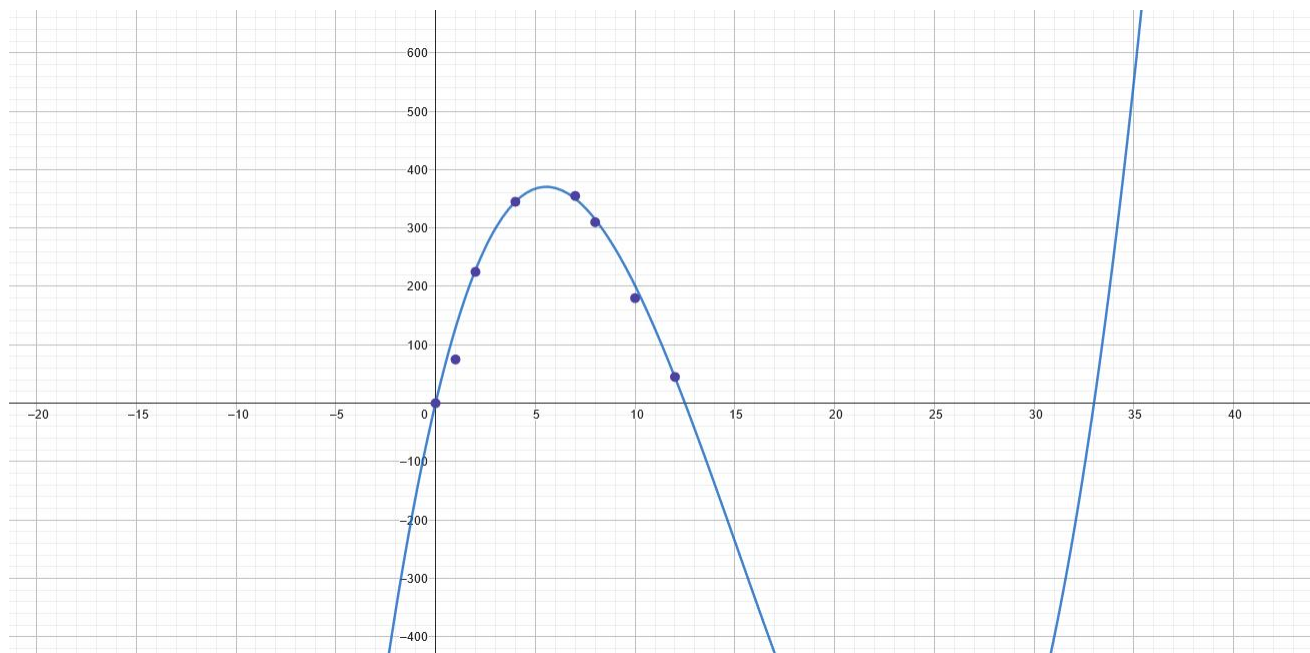
MODELIRANJE S POLINOMSKO FUNKCIJO

1. Lastniki zabavišnega parka želijo raziskati čakalno vrsto ljudi za vlak smrti. Preglednica prikazuje približno število oseb v čakalni vrsti po t urah, ko se je park odprl.

t	0	1	2	4	7	8	10	12
$P(t)$	0	75	225	345	355	310	180	45

t	0	1	2	4	7	8	10	12
$P(t)$	0	75	225	345	355	310	180	45

Marko je podatke (točke) predstavil v koordinatnem sistemu in jih povezal v krivuljo. Meni, da bo graf funkcije izgledal takole.



t	0	1	2	4	7	8	10	12
$P(t)$	0	75	225	345	355	310	180	45

- Kako imenujemo funkcijo s katero je Marko predstavil podatke?
- Kateri podatek, odčitani iz grafa funkcije, je za lastnika zabaviščnega parka najbolj zanimiv? Zakaj?
- Iz grafa oceni uro, ko je vrsta najdaljša.
- Zapiši funkcijski predpis funkcije v razcepni obliki (uporabi odčitani podatek lokalnega maksimuma).
- S pomočjo dobljenega predpisa funkcije izračunaj število ljudi v čakalni vrsti po 10-tih urah odprtja parka. Kaj lahko sklepaš?
- Naj bo predpis funkcije podan z enačbo

$$P_2(t) = 0,3746t^3 - 16,6078t^2 + 150,3037t - 21,2533.$$

Primerjaj, kateri model funkcije (predpisa) je natančnejši za $t = 2$ in $t = 10$.

MODELIRANJE Z RACIONALNO FUNKCIJO

1. Ana je pri kemiji dobila domačo nalogo. V posodo z 20 l vode in 1 kg soli mora sočasno dodajati vodo, s hitrostjo 2 l/min ter sol 0,2 kg/min.

Kolikšna bo koncentracija soli v vodi po 10-tih minutah?

- a) Zapiši predpis funkcije, ki opisuje hitrost vode v odvisnosti od časa. Nariši njen graf.

$$[v(t) = 20 + 2t]$$

- b) Zapiši predpis funkcije, ki opisuje količino soli v odvisnosti od časa. Nariši njen graf.

$$[s(t) = 1 + 0,2t]$$

- c) Zapiši predpis funkcije, s katero lahko določimo koncentracijo soli v vodi v odvisnosti od časa. Nariši njen graf. Kako se imenuje ta funkcija?

- d) Izračunaj koncentracijo soli v vodi po 10-tih minutah. Rešitve preveri iz grafa.

$$[k(10) = \frac{3}{40} \text{ kg/l}]$$

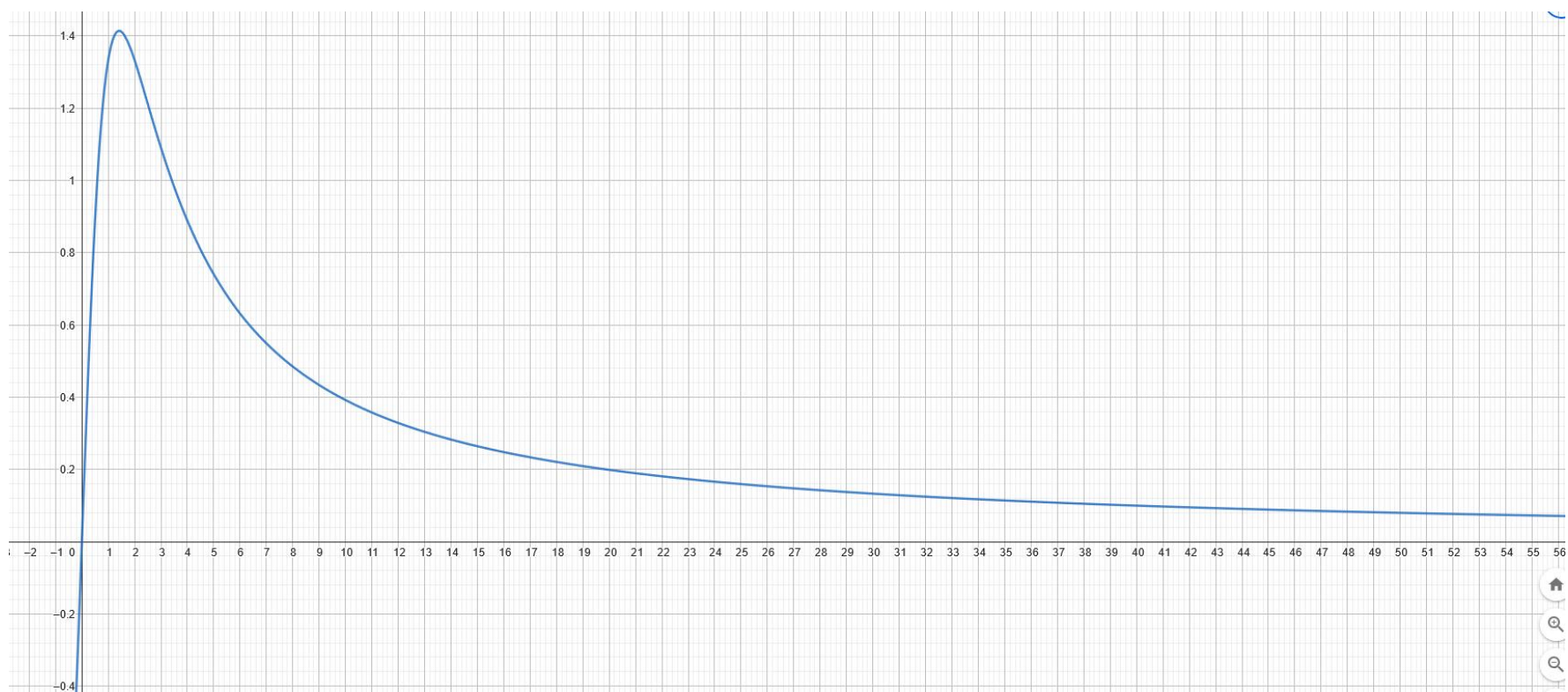
NADGRADNJA NALOGE

2. Funkcija, ki opisuje koncentracijo določenega zdravila v krvi po času t , z začetkom v $t = 0$, je podana s predpisom:

$$k(t) = \frac{4t}{t^2+2}.$$

- a) Izračunaj koncentracijo zdravila v krvi (mg/l) po 6-tih in 21-tih urah po zaužitju.
- b) Določi definicijsko območje funkcije.

- c) Nariši graf funkcije in določi njene lastnosti (naraščanje/padanje). Iz grafa odčitaj največjo koncentracijo zdravila v krvi pacienta.



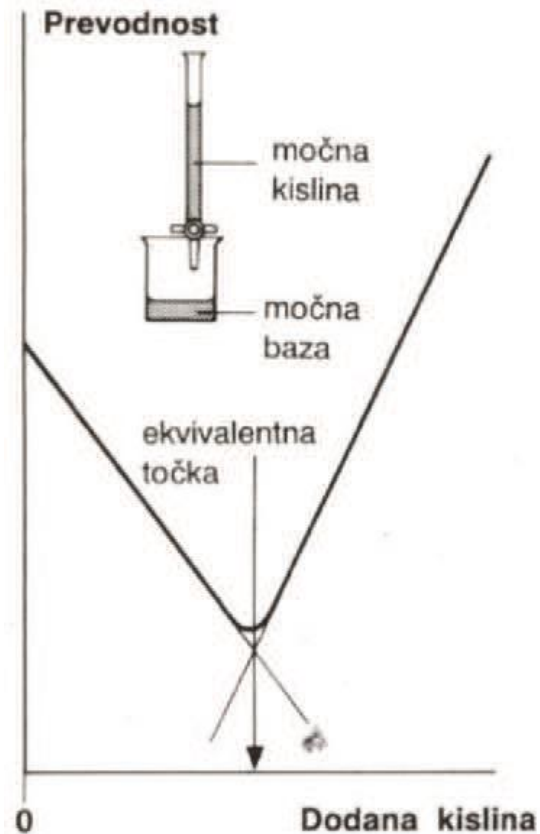
d) Pri manjših operacijskih posegih mora biti koncentracija zdravila 2%.
Koliko časa ima operater, da varno opravi operacijo?

$$[t \in [0.1, 199.98]]$$

MODELIRANJE KONDUKTOMETRIČNE TITRACIJE (PROGRAM KEMIJSKI TEHNIK)

- kvantitativna analizna tehnika za določitev koncentracije analita s pomočjo dodatka reagenta v naprej znane koncentracije (običajno: kislina, baza)
- meri se **ekvivalentna točka** fizikalnih sprememb v raztopini
- za določitev **te** točke uporabimo titracijsko krivuljo (takrat je množina standardne raztopine enaka množini snovi analita)
- **konduktometrična** titracija je **volumetrična** metoda (sprememba električne prevodnosti preiskovane raztopine)

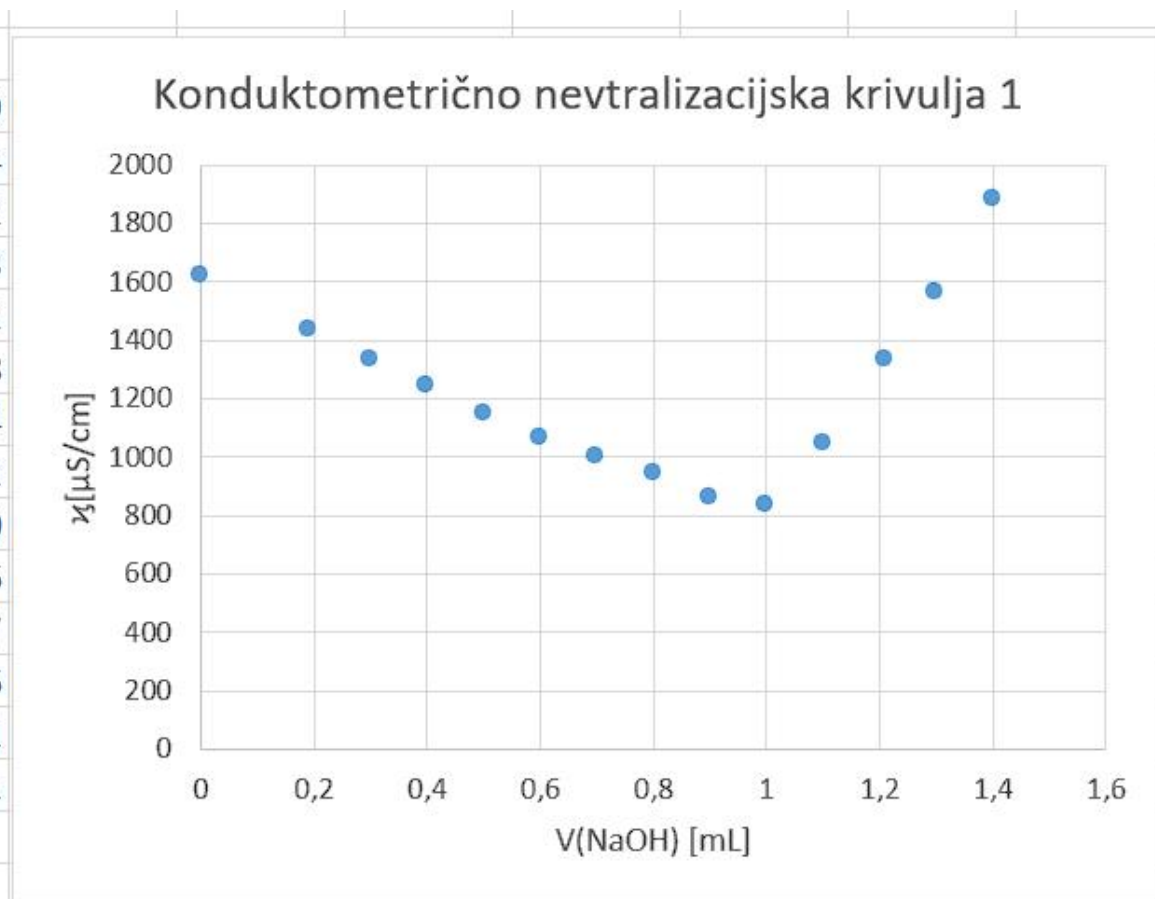
- v našem programu dijaki konduktometrično titracijo izvajajo z **močno kislino** in z **močno bazo**
- titracijska krivulja je **premica**



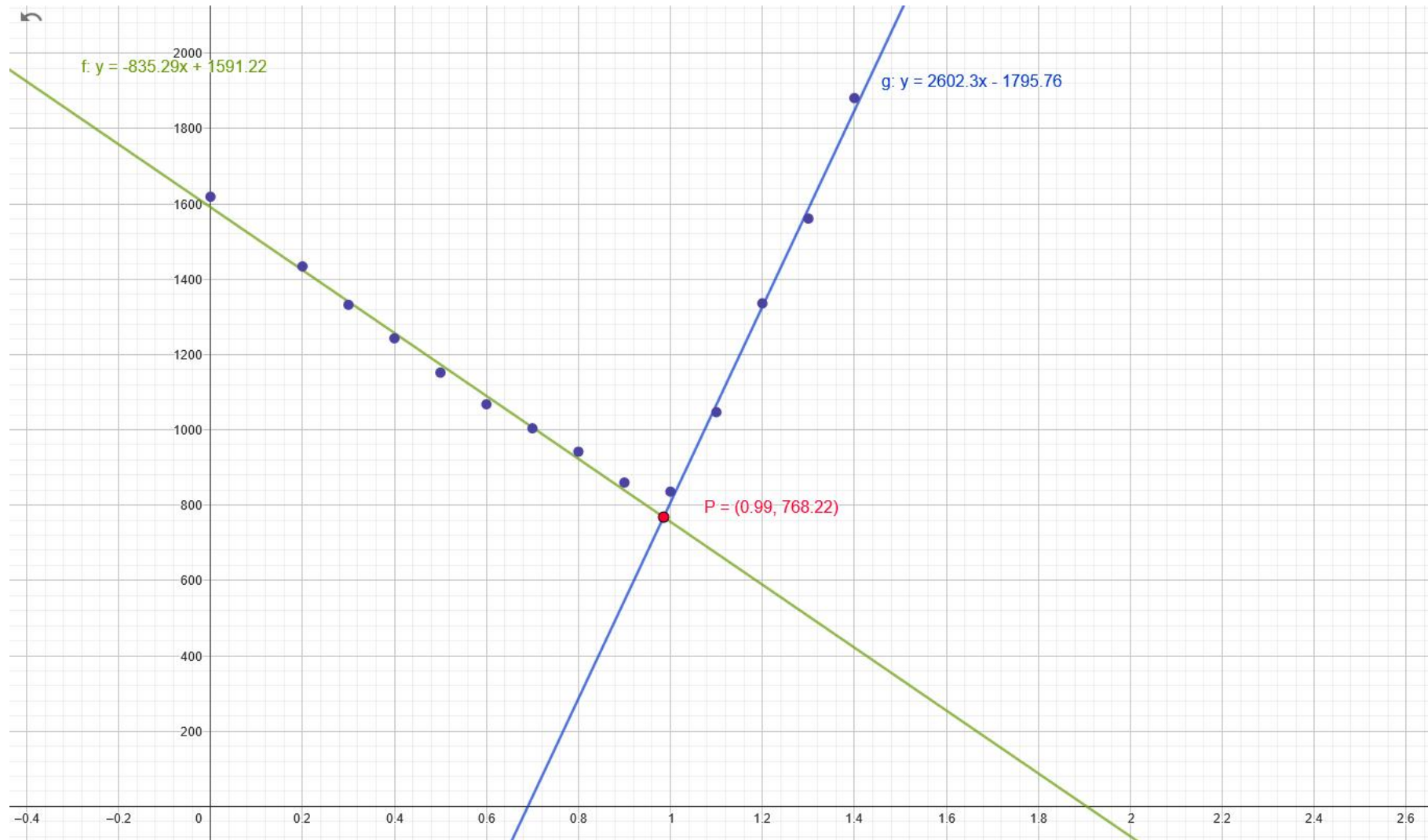
- Vir: <https://repozitorij.uni-lj.si/IzpisGradiva.php?id=110673&lang=eng>

- prikaz laboratorijskih meritev dijakov

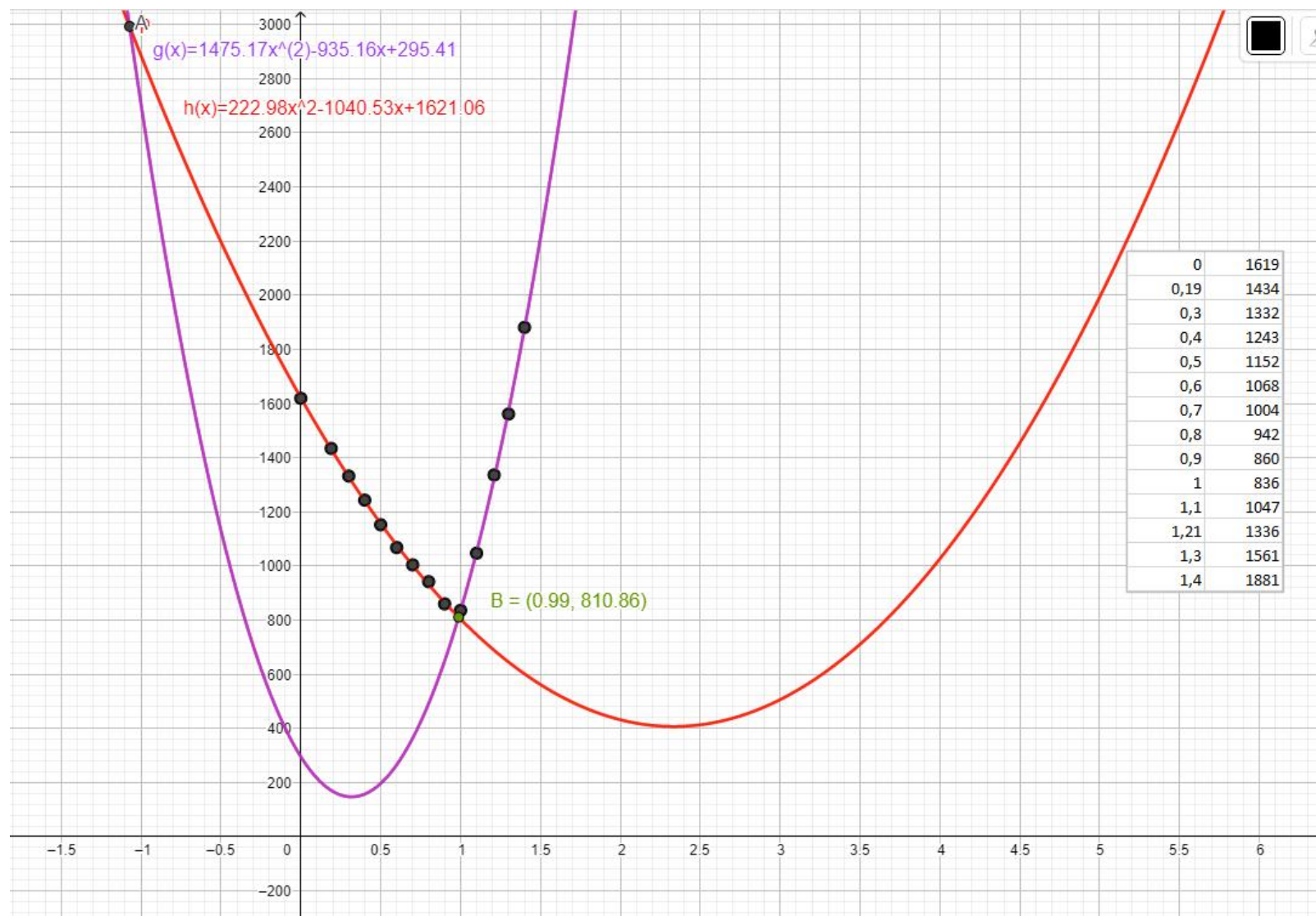
	V(NaOH)[mL]	κ [$\mu\text{S}/\text{cm}$]
2		
3	0	1619
4	0,19	1434
5	0,3	1332
6	0,4	1243
7	0,5	1152
8	0,6	1068
9	0,7	1004
10	0,8	942
11	0,9	860
12	1	836
13	1,1	1047
14	1,21	1336
15	1,3	1561
16	1,4	1881
17		
18		



MODELIRANJE EKSPERIMENTALNO PRIDOBLENJIH PODATKOV



MODELIRANJE EKSPERIMENTALNO PRIDOBLENJIH PODATKOV



PROBLEMI oz. DODANA VREDNOST

- **natančen opis problema (teoretično ozadje)**
- **kaj nas zanima?**
- natančen opis meritev (v tem primeru: močna kislina in močna baza)
- **kaj pričakovati?**
- **interpretacija modeliranja**

VIRI

- Bon Klanjšček, M., Dvoržak, B., Felda, D. (2014). Matematika 1. Učbenik za srednje strokovne šole. Ljubljana: DZS, 2014.
- Kraljević, A. (2022). *Modeliranje polinomima, racionalnim i iracionalnim funkcijama* (diplomsko delo). Osjek: Sveučilište J. J. Strossmayera.
- Mezgec, T. (2019). *Konduktometrične titracije* (diplomsko delo). Ljubljana: Fakulteta za kemijo in kemijsko tehnologijo.
- https://edutorij-admin-api.carnet.hr/storage/extracted/b9455aeb-16ae-4c3a-a6b1-da720c38c54d/html/4100_Primjena_kvadratne_funkcije.html