

Delavnica: Kvadratna funkcija v luči novega učnega načrta

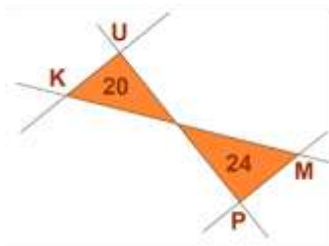
Simona Pustavrh

Šolski center Novo mesto,

Srednja elektro-računalniška šola in tehniška gimnazija

Laško, 11. in 12. november 2024

6. konferenca o učenju
in poučevanju matematike
KUPM 2024



ZRSŠ
ZAVOD
REPUBLIKE SLOVENIJE
ZA ŠOLSTVO

REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE

I FEEL
LOVE UA

Sofinancira
Evropska unija

Cilji delavnice

- Predstaviti cilje in standarde znanja kvadratne funkcije iz osnutka učnega načrta
- Predstaviti svoj izvedbeni načrt obravnave snovi
- Delavnice: Preizkusiti možnost uporabe digitalne tehnologije pri pouku in pri domačem delu dijakov
- Delavnica: Preizkusiti možnost uporabe umetne inteligence
- Delavnica: Sestaviti nekaj nalog za ustno ocenjevanje znanja z uporabo tehnologije

Kvadratna funkcija – cilji iz učnega načrta

Dijak/dijakinja:

- razume kvadratno odvisnost
- preiskuje in uporablja lastnosti kvadratne funkcije (tudi z uporabo digitalne tehnologije)
- rešuje in uporablja kvadratne enačbe/neenačbe in sisteme kvadratnih enačb/neenačb (tudi z uporabo digitalne tehnologije)
- rešuje matematične in življenjske probleme s kvadratno odvisnostjo (tudi z uporabo digitalne tehnologije)

Kvadratna funkcija – standardi znanja iz UN

Dijak/dijakinja:

- prepozna kvadratno odvisnost in jo razlikuje od drugih odvisnosti
- pozna in uporabi definicijo kvadratne funkcije
- zapiše predpis kvadratne funkcije (v vseh treh oblikah) in enačbo parabole pri različnih podatkih
- nariše in interpretira graf kvadratne funkcije
- razume pomen različnih oblik predpisa kvadratne funkcije, jih uporabi in prehaja med njimi
- analizira in uporabi lastnosti kvadratne funkcije
- reši in uporabi:
 - kvadratno enačbo in uporabi pomen diskriminante
 - kvadratno neenačbo in sistem kvadratnih neenačb
- utemelji in uporabi Vietovi formuli
- analizira medsebojno lego dveh parabol ter parabole in premice
- uporabi kvadratno odvisnost pri reševanju matematičnega problema
- modelira življenjske probleme s kvadratno odvisnostjo / uporabi dani model s kvadratno odvisnostjo in ga vrednoti

Časovna razporeditev učne snovi

Št. ur	Vsebina
6	Kvadratna enačba
4	Definicija kvadratne funkcije, temenska in ničelna oblika, risanje grafov
5	Uporaba kvadratne funkcije v matematičnih problemih
2	Kvadratna neenačba
2	Modeliranje s kvadratno funkcijo

Uvodni primer

Met žoge – spoznavanje oblike parabole

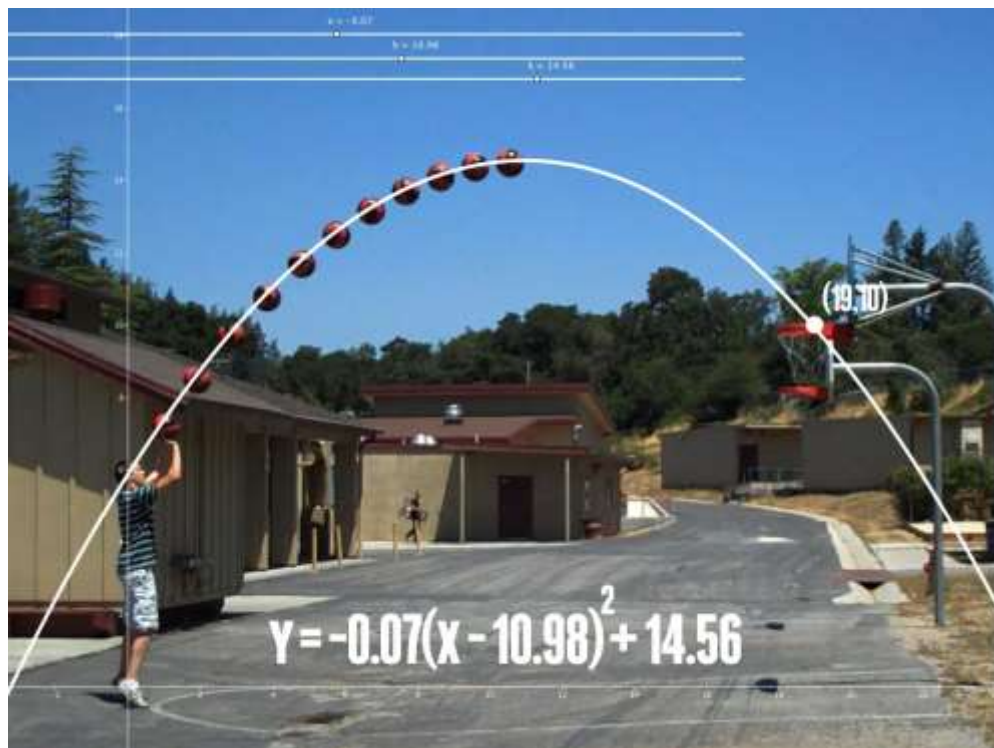
- Zakaj mečemo žogo po razredu?
- Kako leti žoga?
- Zakaj takšna oblika?

➤ Delavnica:

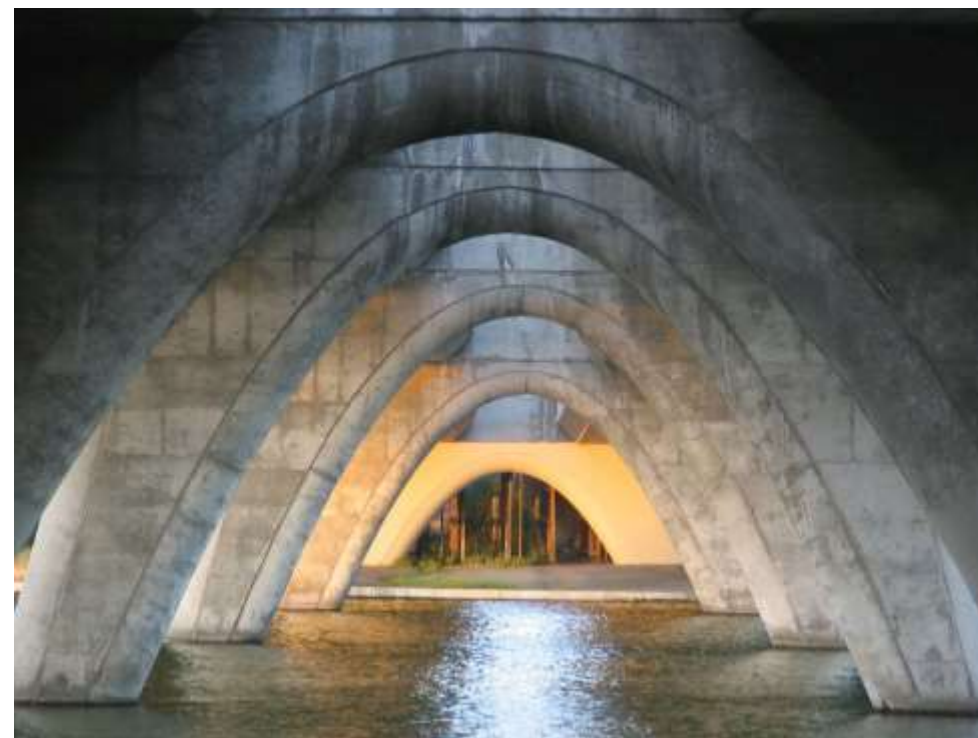
Raziskovanje uporabe parabole v realnem življenju (na spletu)

- Poudariti razlike med parabolo, verižnico in hiperbolo
- Skiciramo obliko parabole, definiramo teme in simetrijsko os

Primeri uporabe kvadratne funkcije



<https://files.askiitians.com/cdn1/images/2017228-14137889-4281-2-quadratic-equations.jpg>

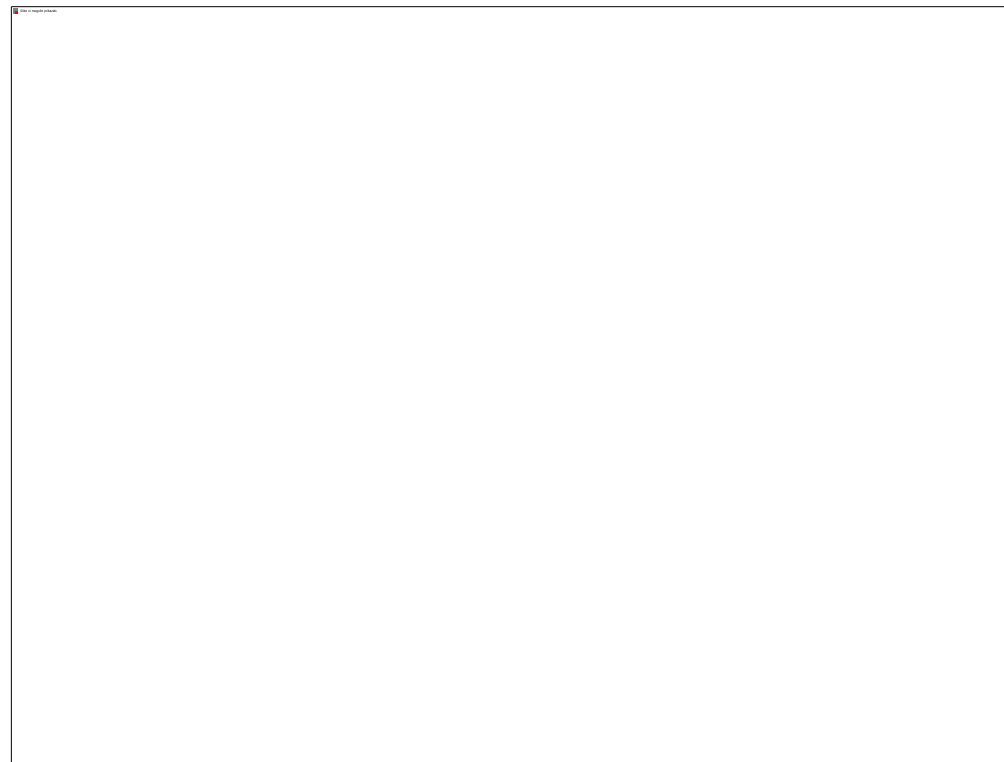


<https://i.pinimg.com/originals/e7/25/ec/e725ec08adc0f2105b2165cb398871ac.jpg>

Primeri uporabe kvadratne funkcije



<https://www.symbolab.com/study-guides/boundless-algebra/the-parabola.html>



[Verižnica - Wikipedija, prosta enciklopedija](#)

Definicija kvadratne funkcije

Definicija kvadratne funkcije.

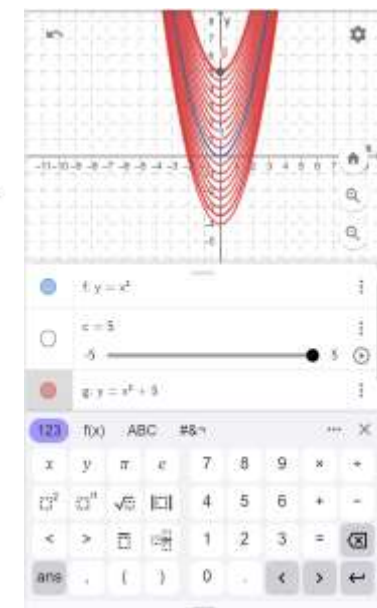
Risanje grafa posebnega primera kvadratne funkcije $f(x) = x^2$.

➤ **Delavnica:** Raziskovanje pomena konstant a in c kvadratne funkcije

1. Z GeoGebro razišči pomen koeficientov kvadratne funkcije $f(x) = ax^2$.
2. Z GeoGebro razišči pomen koeficienta c kvadratne funkcije $f(x) = x^2 + c$.

Naloge:

➤ Nariši graf funkcije $f(x) = 2x^2 - 3$.



Temenska oblika predpisa kvadratne funkcije

➤ Delavnica:

Raziskovanje premika grafa kvadratne funkcije v smeri abscisne osi

Z GeoGebro razišči pomen koeficienta p kvadratne funkcije $f(x) = (x - p)^2$.



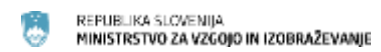
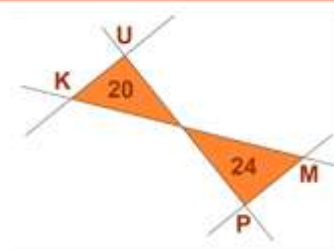
(Vir: lasten)

Temenska oblika predpisa kvadratne funkcije

- Uvodna motivacija
Nariši graf funkcije $f(x) = 2(x-1)^2 - 3$ in zapiši koordinati temena.
Rešitev **preveri z GeoGebro**.
- Zapis temenske oblike predpisa kvadratne funkcije.
- Izpeljava temenske oblike predpisa iz splošne oblike na primeru in v splošnem ter zapis koordinat temena.
- Utrjevanje znanja: risanje grafov kvadratnih funkcij in preverjanje **rešitev z Geogebro**.



**6. konferenca o učenju
in poučevanju matematike
KUPM 2024**

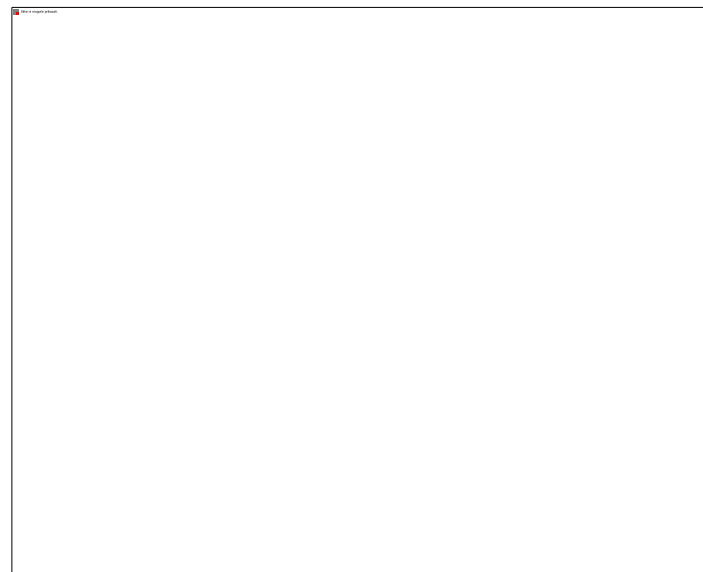


Ponovitev snovi

Utrjevanje znanja:

Opiši lastnosti funkcije f ,
katere graf je na sliki.

Zapiši predpis funkcije f .



(Vir: lasten)

Ponovitev snovi

➤ **Delavnica:**

Reševanje spletnega testa

Ponovitev lastnosti kvadratne funkcije

Kvadratna funkcija

(Vir: lasten)

Uporaba kvadratne funkcije v matematičnih nalogah – nekaj primerov

I. Zapis predpisa kvadratne funkcije ob danih podatkih

1. Zapiši temensko predpisa kvadratne funkcije f , ki ima teme v točki $T(-2, 5)$, njen graf pa poteka čez točko $A(0, 1)$. (**rešitev preveri z GeoGebro**)
2. Zapiši ničelno obliko predpisa kvadratne funkcije f , ki ima ničli v $x_1 = -\frac{1}{2}$ in $x_2 = 4$, njen graf pa poteka čez točko $A(2, 3)$. (domača naloga, **rešitev na videoposnetku**)
3. Zapiši splošno obliko predpisa kvadratne funkcije f , katere graf poteka čez točke $A(2, 3)$, $B(-2, 6)$, $C(3, 5)$. (domača naloga, **rešitev na videoposnetku**)
4. Kvadratna funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$ ima diskriminanto enako 64, njen graf je simetričen glede na premico $y = -\frac{1}{2}$ in seka ordinatno os pri -3 . Izračunaj koeficiente a , b , c .

II. Medsebojna lega premice in parabole – raziščemo vse možnosti

1. Zapiši presečišča parabole $y = x^2 - 2x - 3$ in premice $y = x + 1$. **Nalogo reši tudi z GeoGebro.**
2. Izračunaj n , da bo premica $y = 2x + n$ tangenta parabole $y = 2x^2 - 2x - 3$. **Rešitev preveri z GeoGebro.**

III. Medsebojna lega dveh parabol – raziščemo vse možnosti

Reševanje nalog – domača naloga

IV. Raziskovanje družine parabol in pomen diskriminante

1. Dana je družina parabol $f(x) = (m-1)x^2 + (2m-6)x + 6 - m$, kjer je $m \neq 1$ realni parameter. Izračunaj m , da:
 - a) bo imela funkcija f iz družine teme pri $x = 2$,
 - b) bo imela funkcija f iz družine začetno vrednost -8 ,
 - c) se bo graf funkcije f dotikal abscisne osi.

Rešitve preveri z GeoGebro.

2. **Z GeoGebro** razišči lastnosti družine $y = mx^2 + mx + 4$. Lastnosti tudi utemelji.

Modeliranje s kvadratno funkcijo – uporaba modelov

I. Gradnja mostu

Inženirji načrtujejo most, katerega oblika loka je parabola z enačbo $y = -0,01x^2 + 3x$, kjer je x razdalja v metrih od enega konca mostu, y pa višina loka v metrih. **Parabolo nariši v GeoGebri.**



Most na Soči (Vir: [Reflections of a 'lake' — Slovenia Vacation Planning \(meetingmountains.com\)](https://www.meetingmountains.com/))

1. Določi največjo višino loka mostu. Na kateri razdalji od enega konca mostu je ta največja višina dosežena?
2. Določi dolžino mostu nad lokom, če je višina loka na obeh koncih mostu enaka nič.

II. Dobiček podjetja

Podjetje ugotavlja, da je njihov mesečni dobiček D v tisočih evrih odvisen od števila proizvedenih enot x in da ga lahko izrazijo s kvadratno funkcijo $D(x) = -2x^2 + 40x - 150$.

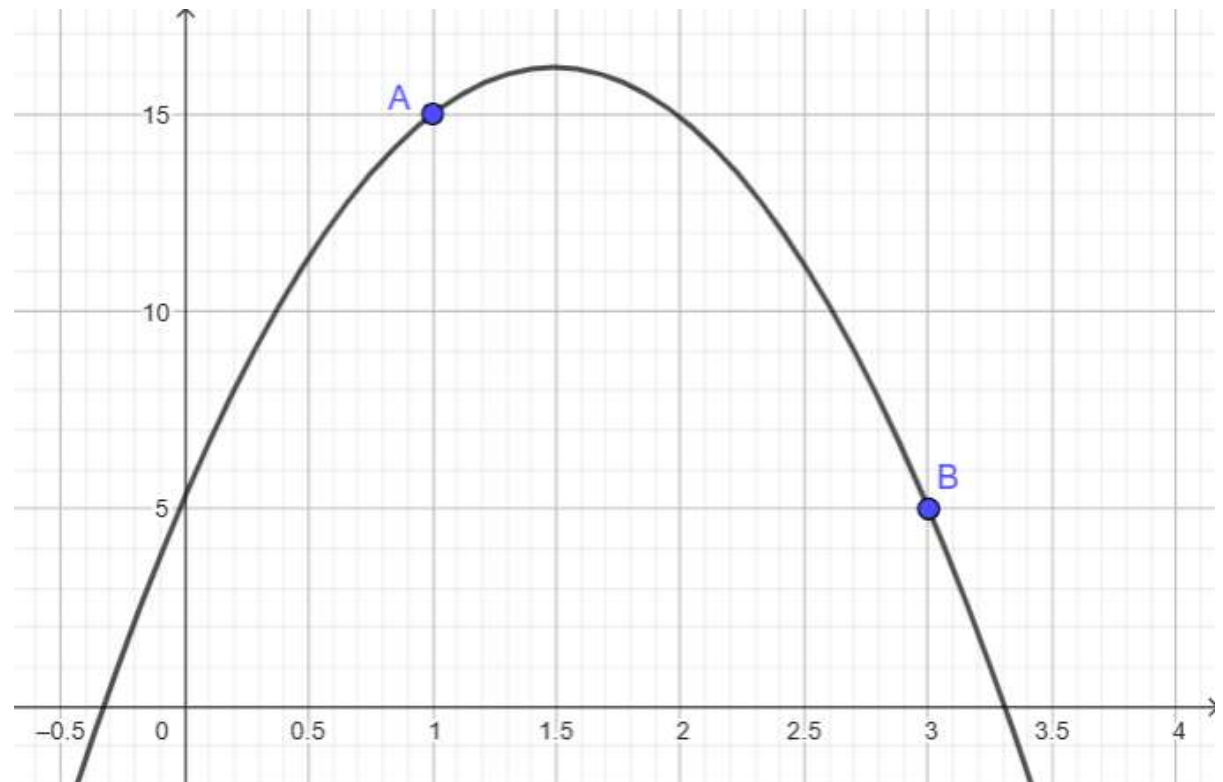
1. Koliko enot mora podjetje proizvesti, da doseže največji mesečni dobiček?
2. Kakšen bo ta največji mesečni dobiček?
3. Pri katerih vrednostih proizvedenih enot x bo podjetje poslovalo z izgubo?

III. Topovska krogla

Iz topa poševno izstrelimo kroglo, ki leti po krivulji z enačbo $h(t) = h_0 + v_0t - \frac{gt^2}{2}$, kjer je h višina krogle v času t . Krogla je po 1 s na višini 15 m in po času 3 s na višini 5 m.

Določi:

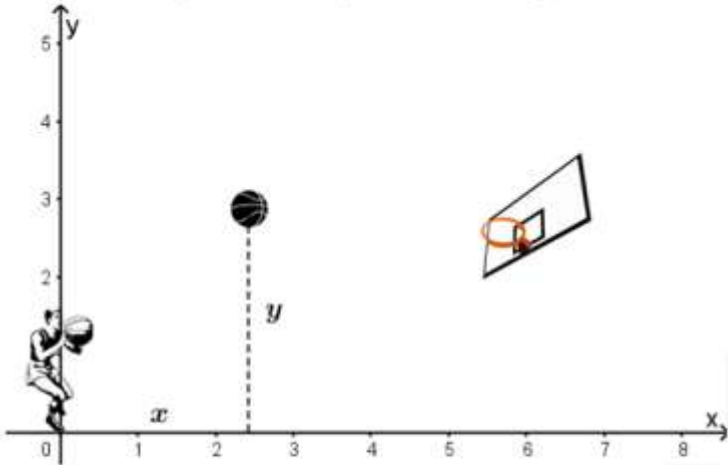
- a) začetno višino krogle in začetno hitrost,
- b) največjo višino, ki jo žoga doseže.



Modeliranje s kvadratno funkcijo – oblikovanje in uporaba modelov

I. Met žoge na koš

Košarkar stoji v koordinatnem izhodišču in vrže žogo proti košu. Podatki v preglednici so dani v metrih (x oddaljenost žoge od košarkarja oziroma od izhodišča v vodoravni smeri, y višina žoge).



x [m]	y [m]
0.3	2.3
0.9	3.1
1.7	3.7
2.6	4.2
4.1	4.3
4.8	4.1
5.5	3.6

Vnesi podatke v [Geogebro](#) in izberi model, ki se podatkom najboljše prilega.

Izračunaj, kako visoko bo žoga, ko bo od izhodišča v vodoravni smeri oddaljena 1,5 m.

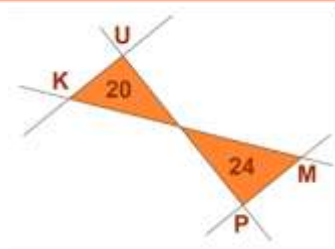
Izračunaj, pri kateri oddaljenosti od košarkarja je žoga na višini 3,4 m.

Izračunaj, v kateri točki je žoga najvišje.





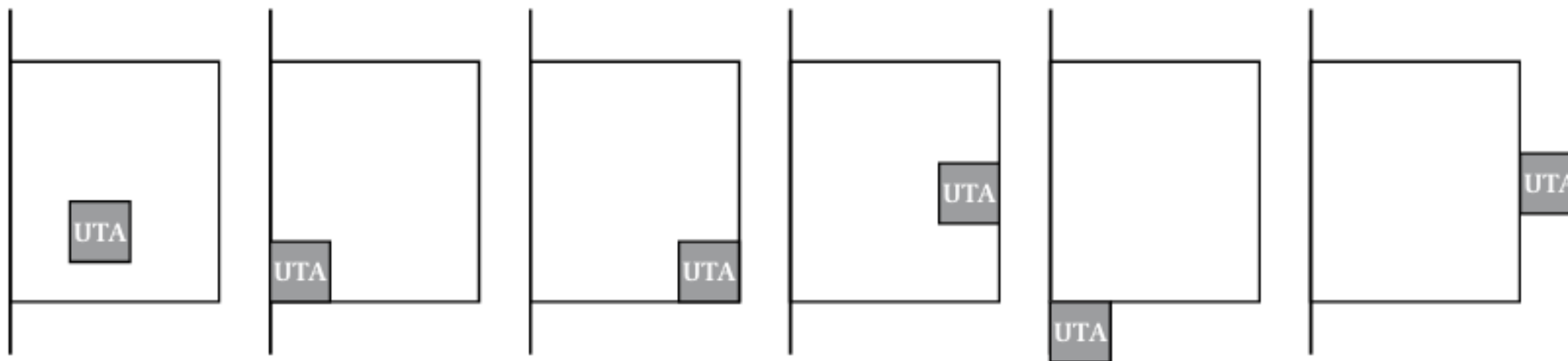
**6. konferenca o učenju
in poučevanju matematike
KUPM 2024**



II. Uta psa Lorda

(Vir: Irena Rautar Repija, <https://www.zrss.si/pdf/Posodobitve-pouka-v-gimnazijski-praksi-MATEMATIKA.pdf>)

Ob hiši bi radi ogradili del površine (pesjak) pravokotne oblike, po kateri bi se gibal psiček Lord. Na voljo imamo 10 m žične ograje. Pesjak mora vsebovati tudi pasjo uto (1 m x 1 m). Razišči velikost površine (pesjaka), po kateri se bo gibal naš ljubljenec, kadar ne bo počival v uti.



III. Curek vode v fontani domača naloga



Sestavljanje nalog s ChatGPT

<https://math-gpt.org/>
<https://openai.com>

➤ Delavnica

1. ChatGPT prosite, da opiše prednosti uporabe tehnologije pri obravnavi kvadratne funkcije.
2. S ChatGPT poiščite 5 primerov nalog z uporabo diskriminante.
3. S ChatGPT poiščite 10 primerov nalog izbirnega tipa iz poglavja kvadratne funkcije.

➤ **Delavnica:** Iskanje primernih nalog iz modeliranja

1. S ChatGPT poiščite 10 primerov modeliranja s kvadratno funkcijo.
2. Izberite enega izmed primerov in prosite ChatGPT, da sestavi nalogo na to temo.

➤ **Delavnica:** Povezovanje izbrane naloge s skupnimi cilji - ChatGPT

Za izbrano nalogo prosite ChatGPT, da nalogo osvetli z vidika 5 skupnih ciljev:

- Digitalne kompetence
- Jezik, državljanstvo, kultura in umetnost
- Podjetnost
- Trajnostni razvoj
- Zdravje in dobrobit

Primeri ustnih vprašanj z uporabo DT

- 1)** Grafično določi b , da bo funkcija $f(x) = 3x^2 + (2 - 4b)x + 3$ soda. Odgovor utemelji. Opiši lastnosti funkcije f .
- 2)** Vsota ničel kvadratne funkcije je 2, produkt pa -3. Grafično določi vrednosti ničel. Kateri pravili povezujeta ničli kvadratne funkcije z njenimi koeficienti? Zapiši ju. Grafa katerih funkcij si narisal?
- 3)** Grafično določi abscise skupnih točk grafov funkcij $f(x) = x^4$ in $g(x) = -x^2 + 2$. Nalogo reši tudi analitično.

HVALA