

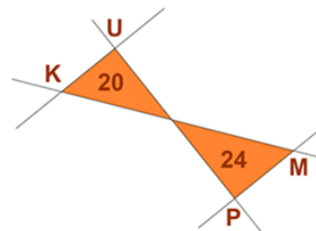
Nadarjeni pri matematiki: Izziv ali priložnost

mag. Apolonija Jerko

Zavod RS za šolstvo

Laško, 11. in 12. november 2024

6. konferenca o učenju
in poučevanju matematike
KUPM 2024



ZRSŠ
ZAVOD
REPUBLIKE SLOVENIJE
ZA ŠOLSTVO



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE

I FEEL
SLOVENIA



Sofinancira
Evropska unija

Priden ali nadarjen učenec/dijak?

PRIDEN UČENEC/DIJAK

- naučena lastnost
- vztrajanje pri nalogah, tudi če so težke
- sposobnost sledenja pravilom in navodilom
- zanesljivost pri izpolnjevanju dolžnosti in obveznosti
- dobra organizacija časa in nalog
- spoštljiv odnos do učiteljev, staršev, vrstnikov
- redno opravljanje domačih nalog in sodelovanje pri pouku
- težijo k popolnosti

NADARJEN UČENEC/DIJAK

- želja po učenju in raziskovanju novih stvari
- hitro razumevanje in reševanje kompleksnih problemov
- sposobnost samostojnega dela in učenja
- sposobnost izražanja kompleksnih misli
- občutljivost na pravičnost in moralne vrednote
- skriva svoje lastnosti
- zanimanje za razlike in značilnosti
- dobro opazovanje
- bogat besedni zaklad

Sposobnosti matematično nadarjenega učenca

- izluščiti formalno strukturo iz vsebine matematičnega problema,
- posploševati matematične rezultate,
- operirati s simboli, vključno s števili in prostorskimi pojmi,
- logično sklepati,
- skrajšati proces sklepanja,
- fleksibilnosti v prehajanju od enega do drugega pristopa,
- reverzibilnega mišljenja,
- dosega jasnost, enostavnost, ekonomičnost in racionalnost v matematičnih argumentih in dokazih,
- je dober v matematičnem znanju in idejah

(Kmetič, 2012, str. 196).

Dejavnosti, ki sledijo iz sposobnosti matematično nadarjenega učenca

- Učenec posplošuje matematične zveze, povezuje pojme in različne uporabne izkušnje.
- Ureja podatke z namenom, da bo lažje odkril vzorec ali pravilo.
- Vztrajen je pri učenju matematike, zbran, dela marljivo, je motiviran in ima velik interes.
- Skrbno analizira probleme, upošteva alternative, ne sprejme nujno kar prvega odgovora.
- Iznajdljiv in spreten je pri iskanju poti do rešitve problema.
- Zanimajo ga števila, količine in odnosi med količinami, vidi koristnost in uporabnost matematike.

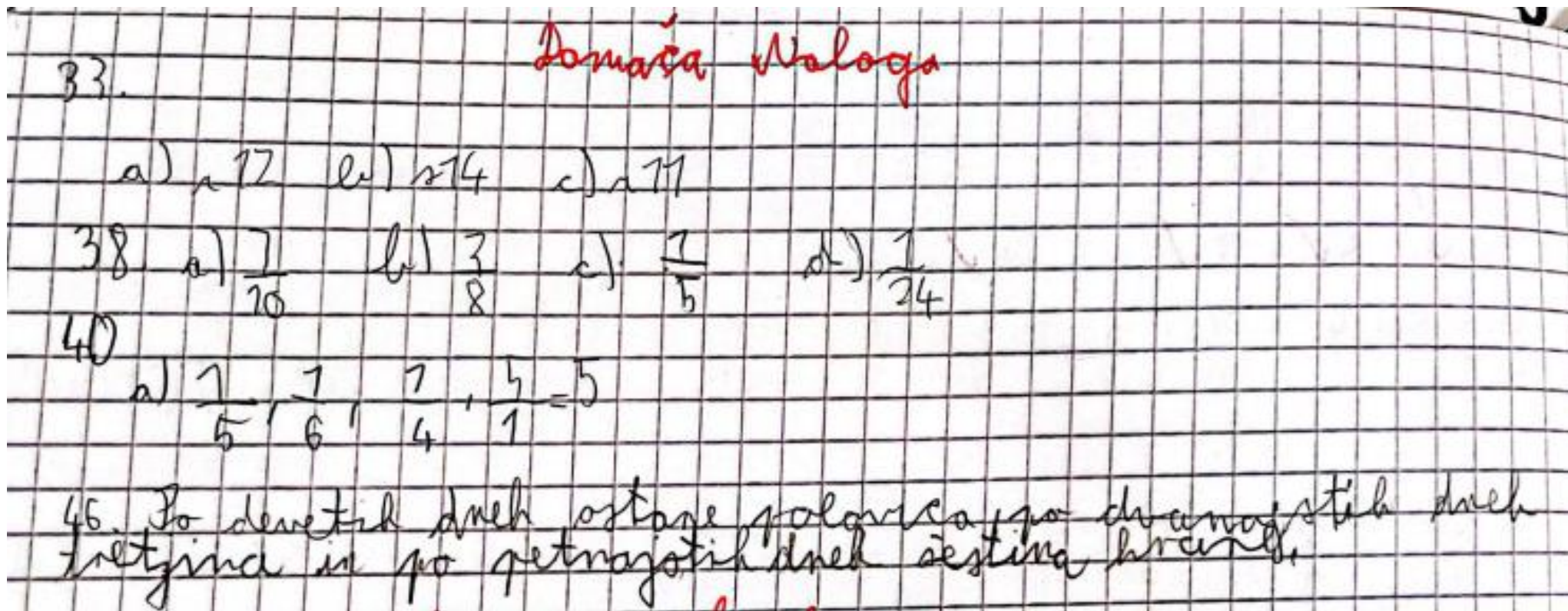
Dejavnosti, ki sledijo iz sposobnosti matematično nadarjenega učenca

- Matematičnih pojmov in procesov se nauči hitreje kot sošolci.
- Dobro z besedami opisuje pojme, procese in rešitve.
- Identificira ali preoblikuje probleme, dobro postavlja hipoteze.
- Njegovo razmišljanje in sklepanje sta učinkovita.
- Uživa ob reševanju težkih problemov, rad ima uganke in logične probleme.
- Ima prostorsko predstavo, probleme lahko vizualno ponazarja.
- Razvija izjemne asociacije, uporablja originalne metode reševanja.
- Včasih reši problem intuitivno in ne more razložiti, zakaj je rešitev pravilna.
- Prikliče relevantno informacijo ali pojem, ki ga potrebuje, prepozna kritične elemente.

Dejavnosti, ki sledijo iz sposobnosti matematično nadarjenega učenca

- Se ne ukvarja z nalogami in natančnimi zapisi, za katere meni, da niso pomembni.
- Bere (pregleduje) matematične knjige, ki niso predvidene za njegovo starostno in razvojno stopnjo.
- Hitro prepozna vzorce in rad predvideva posplošitve.
- Raje razmišlja na višjih ravneh abstrakcije.
- Posamezne primere razvršča kot posebne primere splošnejših situacij.
- Sledi verigi sklepanj, pri čemer pogosto predvideva.
- Pogosto postavlja poglobljena vprašanja.
- Med poukom se dolgočasi.

Izdelek nadarjenih pri matematiki

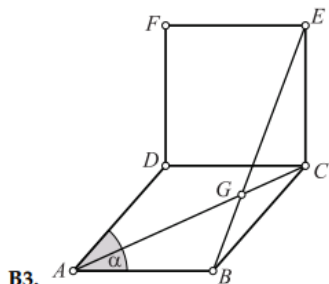


Izdelek nadarjenih pri matematiki

B1. Izračunajmo $\sqrt{\frac{2019 - (-2)^5 - 3 \cdot 2^0}{(-8)^2}} : \sqrt{2} + \frac{2019^2 - 81}{2^3} : (4^3 + 3) =$
 $= \sqrt{\frac{2019 - (-32) - 3 \cdot 1}{64}} : \sqrt{2} + \frac{(2019 - 9) \cdot (2019 + 9)}{8} : (64 + 3) =$
 $= \sqrt{\frac{2048}{64 \cdot 2}} + \frac{2010 \cdot 2028}{8 \cdot 67} =$
 $= \sqrt{\frac{128 \cdot 16}{128}} + \frac{3 \cdot 670 \cdot 4 \cdot 507}{8 \cdot 67} =$
 $= \sqrt{16} + \frac{3 \cdot 10 \cdot 507}{2} =$
 $= 4 + 7605 = 7609$

(B1) $\sqrt{\frac{2019 + 32 - 3}{64}} : \sqrt{2} + \frac{2010 \cdot 2028}{8} : 67 =$
 $= \sqrt{\frac{2048}{64 \cdot 2}} + \frac{670 \cdot 4 \cdot 507}{8 \cdot 67} =$
 $= \sqrt{16} + 7605 =$
 $= \underline{7609}$

B2. Označimo število kvadratov z x , torej je ostalih pravokotnikov $3x$. Vseh rombov je $8x$, število tistih, ki niso kvadrati, je potem $8x - x = 7x$. Podobno je število deltoidov, ki niso rombi, enako $12x - 8x = 4x$. Zapišimo enačbo za vse štirikotnike skupaj: $4x + 7x + 4x = 15x = 75$. Rešitve enačbe je $x = 75 : 15 = 5$ in **kvadratov je v množici 5.**



Označimo $z \alpha = \angle BAD = \angle DCB$, torej je velikost kota $\angle ECB = 90^\circ + \alpha$. Trikotnik EBC je enakokrak s krakoma EC in BC , zato za velikosti kotov velja $\angle BEC = \angle CBE = \frac{180^\circ - (90^\circ + \alpha)}{2} = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$. Ker diagonala AC romba $ABCD$ razpolavlja notranji kot $\angle DCB$, je en notranji kot trikotnika EGC velik $\angle ECG = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$. Upoštevamo še $\angle BEC = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$, torej je velikost tretjega notranjega kota trikotnika enaka $\angle CGE = 180^\circ - (90^\circ + \frac{\alpha}{2}) - (45^\circ - \frac{\alpha}{2}) = 45^\circ$. Kota $\angle CGE$ in $\angle AGB$ sta sovršna in zato je kot $\angle AGB$ velik 45° .

(B2) 5

(B3) 45°

2

21.3 Razvoj funkcij v potenčno vrsto

Funkcija	Razvoj v potenčno vrsto	Konvergenčno območje
Algebrske funkcije		
Binomske vrste		
$(a \pm x)^m$	Zapišemo v obliki $a^m \left(1 \pm \frac{x}{a}\right)^m$ in uvedemo novo spremenljivko $\frac{x}{a}$:	$ x \leq a$ za $m > 0$ $ x < a$ za $m < 0$
Binomske vrste s pozitivnim eksponentom		
$(1 \pm x)^m$ ($m > 0$)	$1 \pm mx + \frac{m(m-1)}{2!}x^2 \pm \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3 + \dots$ $+ (\pm 1)^n \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{n!}x^n + \dots$	$ x \leq 1$
$(1 \pm x)^{\frac{1}{4}}$	$1 \pm \frac{1}{4}x - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 8}x^2 \pm \frac{1 \cdot 3 \cdot 7}{4 \cdot 8 \cdot 12}x^3 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11}{4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16}x^4 \pm \dots$	$ x \leq 1$
$(1 \pm x)^{\frac{1}{3}}$	$1 \pm \frac{1}{3}x - \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 6}x^2 \pm \frac{1 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 6 \cdot 9}x^3 - \frac{1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 8}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12}x^4 \pm \dots$	$ x \leq 1$
$(1 \pm x)^{\frac{1}{2}}$	$1 \pm \frac{1}{2}x - \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4}x^2 \pm \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 - \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 \pm \dots$	$ x \leq 1$
$(1 \pm x)^{\frac{3}{2}}$	$1 \pm \frac{3}{2}x + \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 4}x^2 \mp \frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 + \frac{3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 \mp \dots$	$ x \leq 1$
$(1 \pm x)^{\frac{5}{2}}$	$1 \pm \frac{5}{2}x + \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 4}x^2 \pm \frac{5 \cdot 3 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 - \frac{5 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 \mp \dots$	$ x \leq 1$
Binomske vrste z negativnim eksponentom		
$(1 \pm x)^{-m}$ ($m > 0$)	$1 \mp mx + \frac{m(m+1)}{2!}x^2 \mp \frac{m(m+1)(m+2)}{3!}x^3 + \dots$ $+ (\mp 1)^n \frac{m(m+1)\dots(m+n-1)}{n!}x^n + \dots$	$ x < 1$
$(1 \pm x)^{-\frac{1}{4}}$	$1 \mp \frac{1}{4}x + \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 8}x^2 \mp \frac{1 \cdot 5 \cdot 9}{4 \cdot 8 \cdot 12}x^3 + \frac{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13}{4 \cdot 8 \cdot 12 \cdot 16}x^4 \mp \dots$	$ x < 1$
$(1 \pm x)^{-\frac{1}{3}}$	$1 \mp \frac{1}{3}x + \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 6}x^2 \mp \frac{1 \cdot 4 \cdot 7}{3 \cdot 6 \cdot 9}x^3 + \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 10}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12}x^4 \mp \dots$	$ x < 1$
$(1 \pm x)^{-\frac{1}{2}}$	$1 \mp \frac{1}{2}x + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}x^2 \mp \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 \mp \dots$	$ x < 1$
$(1 \pm x)^{-1}$	$1 \mp x + x^2 \mp x^3 + x^4 \mp \dots$	$ x < 1$
$(1 \pm x)^{-\frac{3}{2}}$	$1 \mp \frac{3}{2}x + \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 4}x^2 \mp \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6}x^3 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}x^4 \mp \dots$	$ x < 1$
$(1 \pm x)^{-2}$	$1 \mp 2x + 3x^2 \mp 4x^3 + 5x^4 \mp \dots$	$ x < 1$

Primeri dela z nadarjenimi pri matematiki

- Predmetna akceleracija – zgoščevanje učnega načrta

Izziv: Matematično nadarjeni bi morali izkusiti poglobljeno, bogato, natančno in izzivov polno matematično izobraževanje in ne zgolj pospešeno obdelati šolski kurikulum.

(Vir: "Raising the Bar - developing able young mathematicians" UK Advisory Committee on Math Education, 2012.)

- Dejavnosti za obogatitev matematičnih znanj

Primeri dela z nadarjenimi pri matematiki

osvajanje nove vsebine z matematičnem preiskovanjem

strokovni pogovor

preiskovanje z namenom poglobljanja znanj

delo s skupino nadarjenih pri naravoslovnih predmetih

naloge/problemi/izzivi

sodelovanje z zunanjimi mentorji

tekmovanja

Osvajanje nove vsebine z matematičnem preiskovanjem

Izračunaj in primerjaj dobljene vrednosti. Pomagaj si z rešenim primerom. Kaj ugotoviš?

$$\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{144} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{36 \cdot 100} = \sqrt{3600} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{36 \cdot 100} = \underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

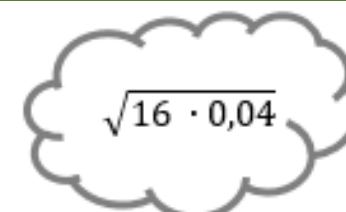
$$\sqrt{0,01 \cdot 25} = \sqrt{0,25} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{0,01 \cdot 25} = \underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Dopolni povedi

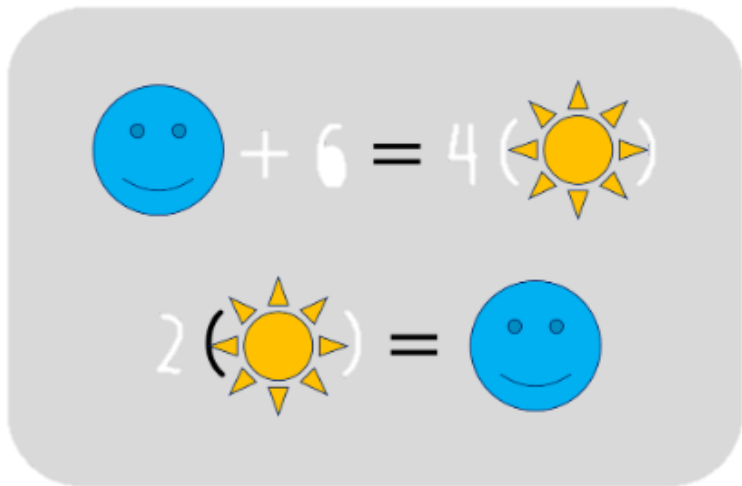
Kvadratni koren **produ**

Razišči, kako izračunamo kvadratni koren produkta. Na koliko različnih načinov bi ga lahko izračunali?

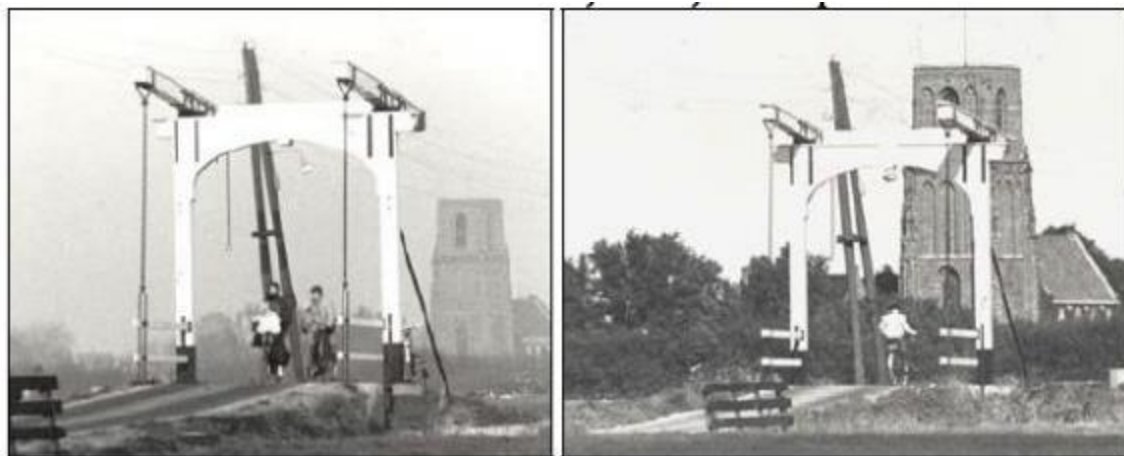


Kako bi, brez uporabe žepnega računalja, izračunal $\sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$?

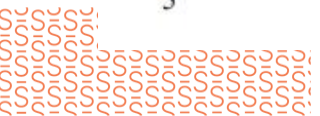
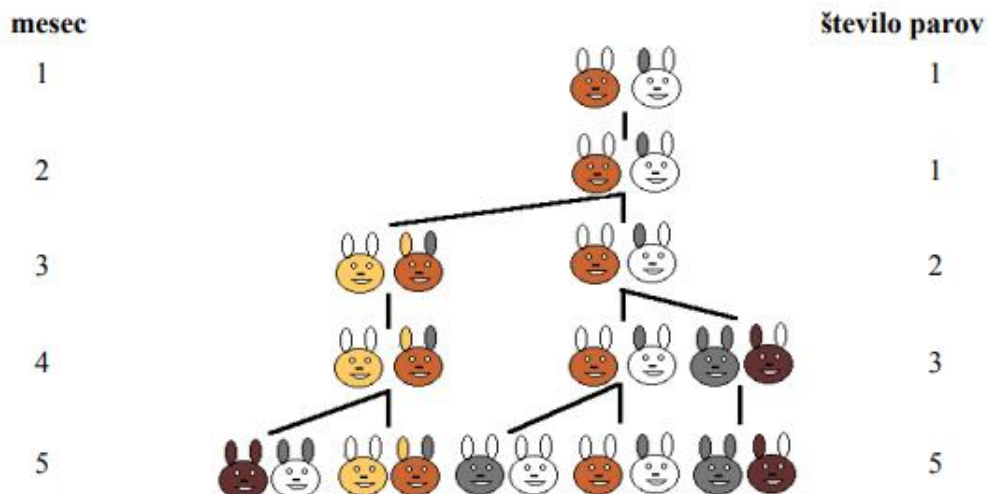
Preiskovanje v matematiki



Spodaj vidite dve fotografiji nizozemske pokrajine s stolpom in mostom z različnih zornih kotov. Kateri je višji: stolp ali most?



(Jessen, Doorman, Bos, 2017).



Primer:

Predstavljen je zapis $1\ 1\ 1\ 1 = 6$. Ta zapis lahko zapišemo v pravilno enakost, tako da vstavimo različne znake računskih operacij.

$$(1 + 1 + 1)! \cdot 1 = 6$$

Upoštevajte, da $!$, ki se izgovarja kot fakulteta, uporabimo na ta način:

$$2! = 2 \cdot 1$$

$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Pri katerem od naslednjih zapisov, lahko z vstavljanjem simbolov različnih številskih operacij, dobimo enakosti.

(a) $2\ 2\ 2\ 2 = 6$

(b) $3\ 3\ 3\ 3 = 6$

(c) $4\ 4\ 4\ 4 = 6$

(d) $5\ 5\ 5\ 5 = 6$

(e) $6\ 6\ 6\ 6 = 6$

(f) $7\ 7\ 7\ 7 = 6$

Rešitev

Za vsak zapis obstaja več možnih rešitev. Predstavljen je po en primer pravilne enakosti.

$$(a) (2 \cdot 2 \cdot 2) - 2 = 6$$

$$(b) 3 + 3 + 3 - 3 = 6$$

$$(c) (4 + \sqrt{4}) \cdot (4 : 4) = 6$$

$$(d) \sqrt{5 \cdot 5} + 5 : 5 = 6$$

$$(d) \sqrt{6 \cdot 6} \cdot (6 : 6) = 6$$

$$(e) ((7 + 7 + 7) \div 7)! = 6$$

(Rešitev primera (e) je primerna za vse ostale primere.)

Razširitev:

1. Ali lahko s štirimi osmicami in štirimi devetkami ter uporabo različnih računskih operacij dobimo število 6?
2. Koliko je različnih zapisov uporabe računskih operacij, ki veljajo za vse primere?
3. Katera števila razen števila 6 lahko dobite z uporabo štirih enakih števil in različnih računskih operacij?

Naloge/izzivi

Naloge matematičnega ali življenjskega konteksta pri katerih učenec razširja matematična znanja.

Naloge, ki vključujejo prepoznavanje vzorcev in posploševanje.

Naloge, ki vključujejo uporabo digitalne tehnologije in različnih virov.

Preiskovalne naloge.

Naloge, ki ne zahtevajo ponavljanja enega in istega postopka.

Ne več nalog, temveč drugačne naloge. !

3

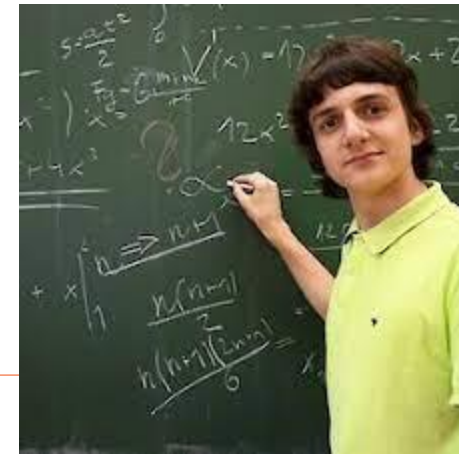
Naloga

Vzemi list papirja v obliki kvadrata s stranico 15 cm. Iz vsakega vogala izreži kvadrat s stranico x . Iz preostanka papirja izdelaj škatlo brez pokrova. Za koliki x je prostornina škatlice največja?

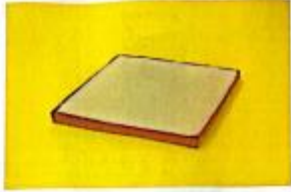




Primer raziskovalne naloge: Od sladkorja do odvajanja

„Ob koncu šestega leta svojega osnovnošolskega šolanja mi je učiteljica matematike zastavila nalogo, ki je zaznamovala moja zadnja leta osnovne šole: Dan je list papirja v obliki kvadrata s stranico 15 cm. Iz vsakega vogala izrežemo kvadrat s stranico x . Tako lahko preostal papir zložimo v škatlico. Za koliki x je prostornina škatlice največja?“

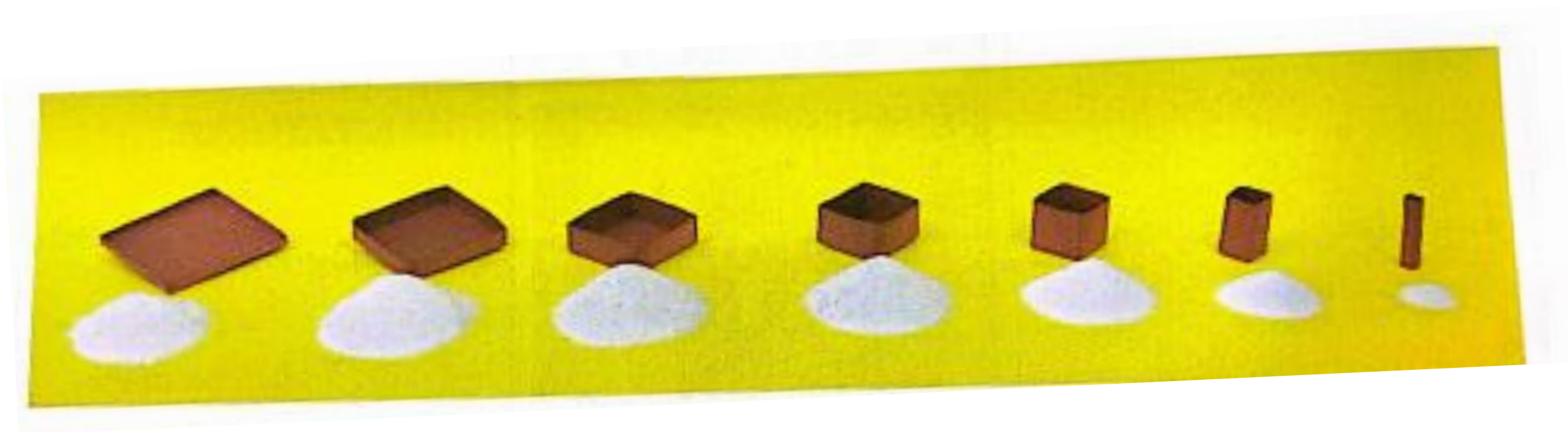
(Vid Kavčič)



Prvi nivo
(tudi mlajši
učenci):
Ocenjevanje
prostornine









ŠKATLICA	SLIKA	MASA
$x = 1\text{ cm}$		$m_1 = 165\text{ g}$
$x = 2\text{ cm}$		$m_2 = 244\text{ g}$
$x = 3\text{ cm}$		$m_3 = 245\text{ g}$
$x = 4\text{ cm}$		$m_4 = 202\text{ g}$
$x = 5\text{ cm}$		$m_5 = 130\text{ g}$

Drugi nivo (5., 6. razred): Izdelovanje škatlic in tehtanje sladkorja



Tretji nivo (6., 7. razred): Računanje volumna škatlice

Četrtni nivo (8., 9. razred): Izračun prostornine splošno

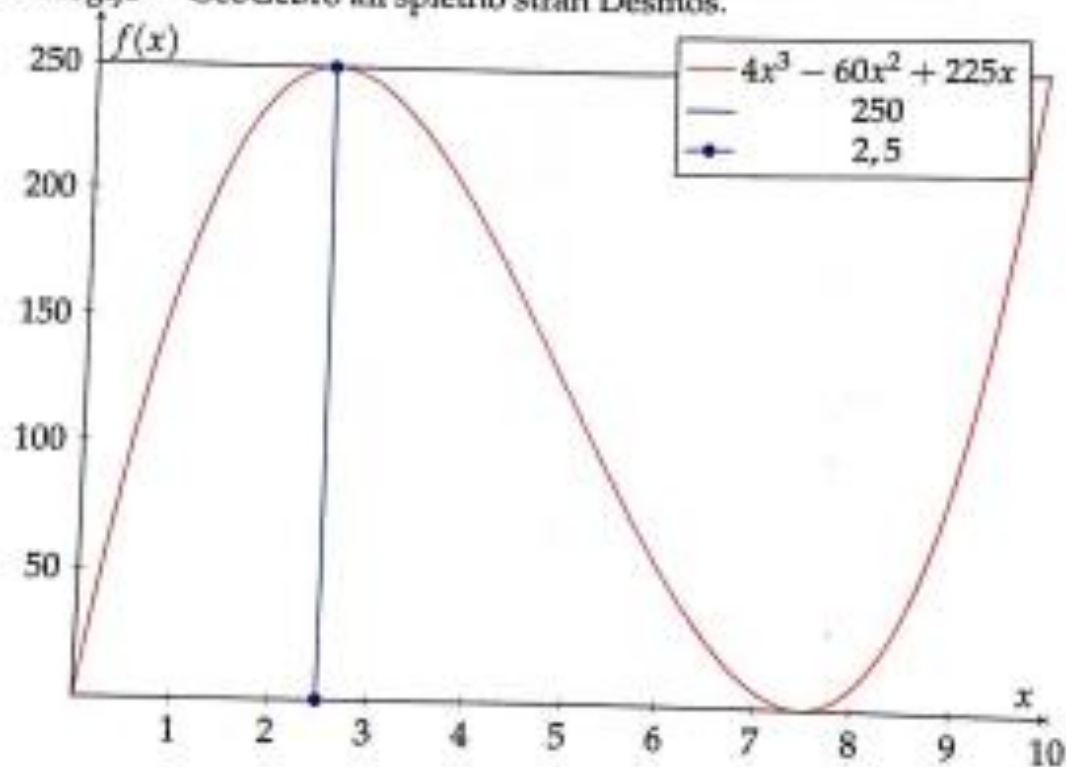
		$x = 3 \text{ cm}$ $a = 15 - 2 \cdot 3 = 9 \text{ cm}$ $b = a = 9 \text{ cm}$ $c = x = 3 \text{ cm}$ $V = 3 \cdot 9 \cdot 9 \text{ cm}^3 = 243 \text{ cm}^3$
		$x = 4 \text{ cm}$ $a = 15 - 2 \cdot 4 = 13 \text{ cm}$ $b = a = 7 \text{ cm}$ $c = x = 4 \text{ cm}$ $V = 4 \cdot 7 \cdot 7 \text{ cm}^3 = 196 \text{ cm}^3$
		$x = 5 \text{ cm}$ $a = 15 - 2 \cdot 5 = 5 \text{ cm}$ $b = a = 5 \text{ cm}$ $c = x = 5 \text{ cm}$ $V = 5 \cdot 5 \cdot 5 \text{ cm}^3 = 125 \text{ cm}^3$
		$x = 6 \text{ cm}$ $a = 15 - 2 \cdot 6 = 3 \text{ cm}$ $b = a = 3 \text{ cm}$ $c = x = 6 \text{ cm}$ $V = 6 \cdot 3 \cdot 3 \text{ cm}^3 = 54 \text{ cm}^3$

Peti nivo (9. razred, 1. letnik):

Ocenjevanje prostornine

Šesti nivo (2. letnik): Kvadratna enačba

Da narišemo graf te funkcije, s katerega odčitamo volumen in iskani x , lahko uporabimo tehnologijo – GeoGebro ali spletno stran Desmos.



Sedmi nivo (4. letnik): Odvod

8.2 Definicija odvoda

Na funkciji $f(x)$ ležita dve točki $T_1(x_1, y_1)$ in $T_2(x_2, y_2)$. Skozi točko T_2 poteka tangenta, skozi točki T_1 in T_2 poteka sekanta. Naj bo razlika koordinat x_2 in x_1 enaka nekemu h , torej $x_2 - x_1 = h$. Zanima nas, kdaj bo naklon sekante enak naklonu tangente – ko bo $h = 0$, ko bosta točki sovpadali.

Naklon sekante lahko izračunamo. Uporabimo dejstvo, da je $x_2 - x_1 = h$.

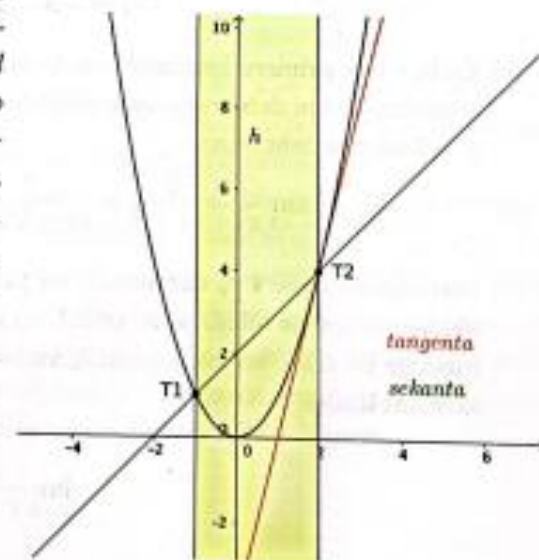
$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$$

Odvod funkcije $f(x)$ je enak smernemu koeficientu tangente pri nekem x . Odvod funkcije je enak limiti diferenčnega količnika, ko gre h proti nič:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (1)$$

Pa smo pri zapisu, ki sem ga omenil že v uvodu. Vprašanje pa je, kaj pomeni tista črtica ($f'(x)$). S črtico označimo odvod funkcije. Sicer pa lahko odvod označimo tudi drugače. Znameniti fizik Isaac Newton je odvod označil s pikico: \dot{y} ($y = f(x)$), ta zapis se uporablja predvsem v fiziki. Matematik Euler pa je za zapis odvoda uporabil diferencialni operator D , odvod unkcije je zapisal kot Df .

Stvar sem tudi narisal. Dana je funkcija $(x) = x^2$. Zanima nas naklon tangente, o je $x = 2$. Ta je enak naklonu sekante, ko re h proti 0. Uporabimo enačbo (1).



Slika 2: Za lažjo predstavo odvoda

Osmi nivo (4. letnik): Posploševanje odvoda

10 Raziskovanje – 6. del: V matematiki posplošujemo

Vprašal sem se, ali lahko nalogo rešujemo še na višjem nivoju. Ali lahko stvar še malo zakompliciramo? Zakaj namreč ne bi komplicirali, če pa lahko.

Stvar lahko posplošimo. V matematiki vedno skušamo priti do karseda splošnih rezultatov in to je še višji nivo te naloge.

10.1 Poljuben kvadrat

Imejmo kvadrat s stranico a , kjer iz vsakega vogala izrežemo 4 manjše kvadratke s stranici x . Spet najprej zapišemo volumen.

$$V(x) = x(a - 2x)^2 = x(a^2 - 4ax + 4x^2) = 4x^3 - 4ax^2 + a^2x$$

Odvajamo in pazimo, da je a parameter.

$$V(x)' = (4x^3 - 4ax^2 + a^2x)' = 12x^2 - 8ax + a^2$$

Uporabimo kvadratno enačbo.

$$12x^2 - 8ax + a^2 = 0$$

$$a_1 = 12 \quad b_1 = -8a \quad c_1 = a^2$$

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{8a \pm \sqrt{(-8a)^2 - 4 \cdot 12 \cdot a^2}}{2 \cdot 12} = \\ &= \frac{8a \pm \sqrt{64a^2 - 48a^2}}{24} = \\ &= \frac{8a \pm \sqrt{16a^2}}{24} = \\ &= \frac{8a \pm 4a}{24} \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{8a + 4a}{24} = \frac{12a}{24} = \frac{1}{2}a$$

$$x_2 = \frac{8a - 4a}{24} = \frac{4a}{24} = \frac{1}{6}a$$

Volumen je najmanjši pri $x_1 = \frac{1}{2}a$, saj takrat škatlice praktično ni, volumen je torej edno največji pri $x_2 = \frac{1}{6}a$.

Dobljena splošna zapisa preizkusimo na našem konkretnem primeru, kjer je $a = 15$ cm.

12 Zaključek

V raziskovalni nalogi sem prikazal raziskovanje oziroma reševanje istega problema na več načinov, ki so primerni za različne starostne stopnje; od 5. razreda osnovne šole, do četrtega letnika gimnazije. Zanimivo je, da lahko vsako pridobljeno znanje pomaga pri reševanju naloge, a za popolno rešitev je potreben odvod.

Strokovni pogovor

- Učitelj naj si vzame čas za pogovor.
- Pogovor naj bo usmerjen v odkrivanje učenčevega/dijakovega zanimanja.
- Pogovor naj poteka kot dialog dveh enakovrednih sogovornikov.
- Vključena močna vprašanja.
- Pokaže učencu, da mu je mar zanj.
- Izboljšanje samopodobe in dvig samozavesti.



Tekmovanja



RAZVEDRILNA
MATEMATIKA

POSLOVNA
MATEMATIKA

FINANČNA
PISMENOST MLADIH



ACM Tekmovanja - Pišek
Tekmovanje v programiranju z delčki



ACM Tekmovanja
Bober



Pomisleki o tekmovanjih

- Nekatera tekmovanja so slabo zasnovana (prevelik poudarek na hitrosti, pomnenju podatkov, rutinskih postopkih),
- Namesto poglobljenega problemskega razmišljanja utrujejo napačen vtis, da je matematika “zaključena zbirka računskih receptov”.
- Prezahtevni problemi in slabi rezultati „ubijejo“ zanimanje za matematiko.
- Tekmovalci lahko pregorijo in izgubijo interes ne le za tekmovanja, ampak tudi za matematiko nasploh.



Socialni vidik tekmovanj

+

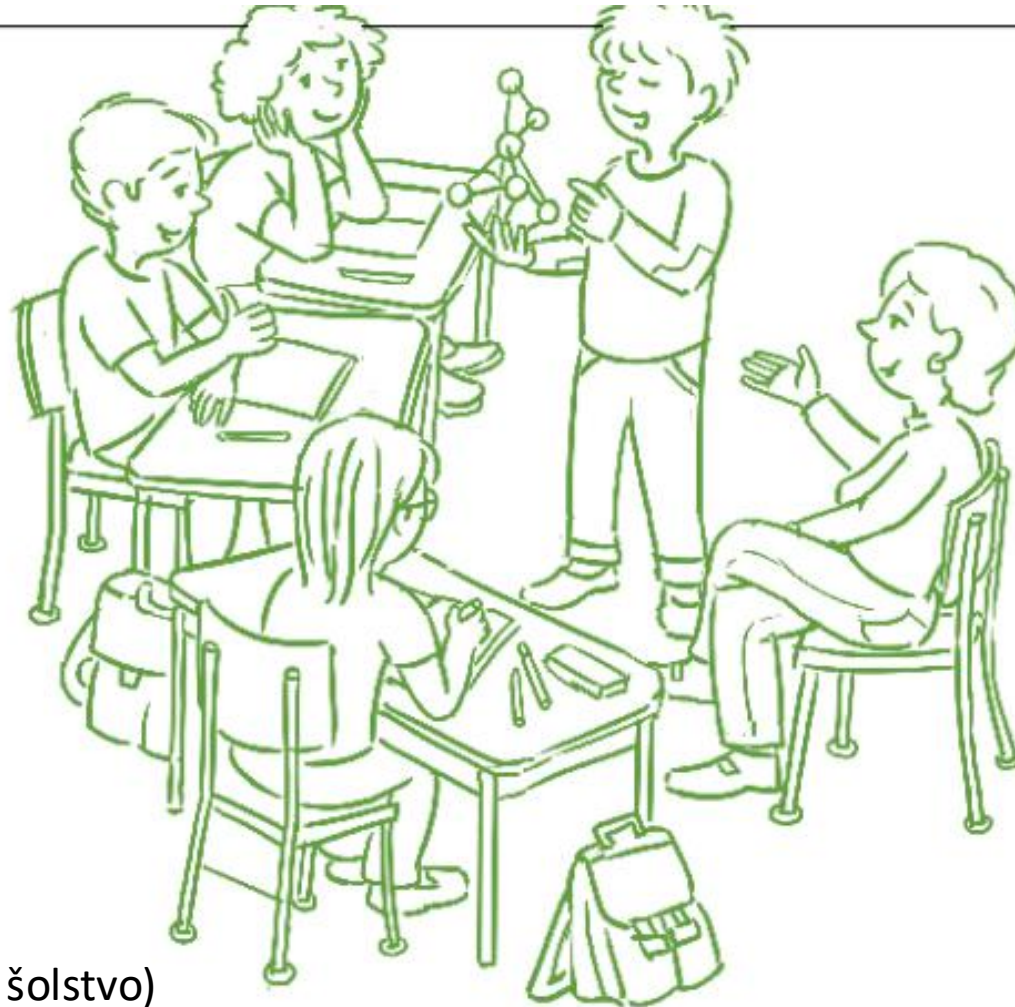
- povezujejo učence podobnih interesov
- pozitiven odnos učitelj-učenec
- uspeh pozitivno vpliva na samozavest
- motivacija

-

- negativen odnos okolice



Delo s skupino nadarjenih pri naravoslovnih predmetih



Vključevanje zunanjih institucij

sodelovanje s fakultetami
(matematična,
računalniška,
elektrotehniška ...)

delavnice, ki jih
organizirajo fakultete ali
Društvo matematikov,
fizikov in astronomov –
Dmfa

Nadarjeni na različnih področjih pri pouku matematike

Področje vodenja



vodenje skupine,
projekta

Umetnostno
področje



predstavijo like in
telesa, ki jih sami
izdelajo

Literarno področje



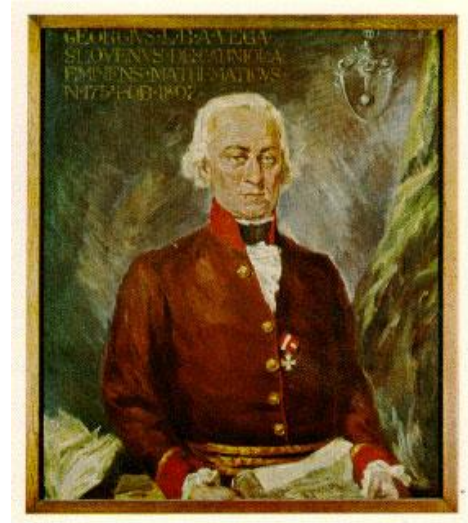
Pisanje besedil z
vključevanjem
matematične vsebine



Nadarjeni matematiki na drugih področjih



Ferdinand Avcuŝtin Hallerstein
(1703 – 1774)



Jurij Vega
(1754 – 1802)



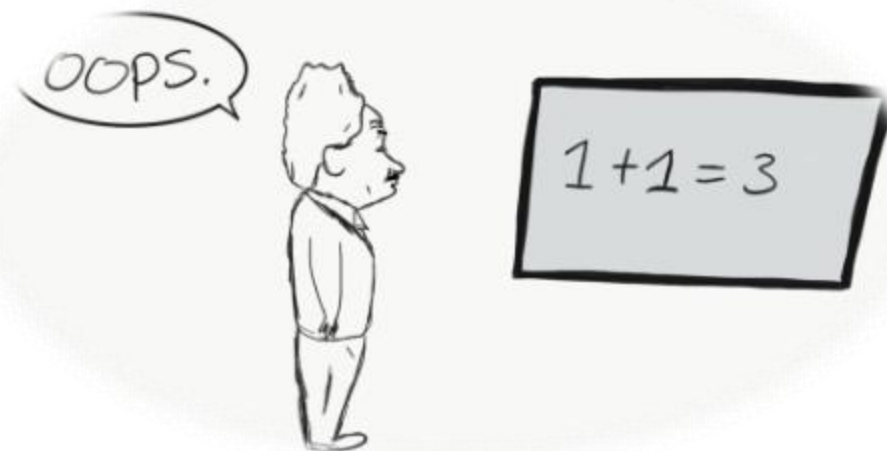
Mae Carol Jemison
(1956)

Za konec ... napaka

Kdor še nikoli ni naredil napake, ni nikoli poskusil ničesar novega.

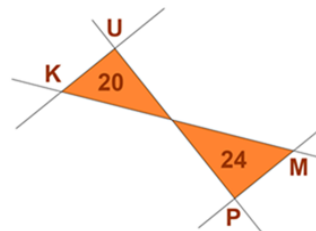
Edini zanesljivi način, da se izognete napakam je, da nimate novih idej.

Vsi delamo napake. Napake nas ne oblikujejo ali definirajo. Napake so tu, da se iz njih lahko učimo



Hvala.

6. konferenca o učenju
in poučevanju matematike
KUPM 2024



ZRSŠ
ZAVOD
REPUBLIKE SLOVENIJE
ZA ŠOLSTVO



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE

I FEEL
SLOVENIA



Sofinancira
Evropska unija

Viri

- Jessen, B., Doorman, M., in Bos, R. (2017). *Priročnik MERIA za poučevanje matematike s preiskovanjem*. Zavod RS za šolstvo. <https://www.zrss.si/pdf/prirocnik-meria-za-matematiko.pdf>
- Kmetič, S. (2012). Delo z nadarjenimi na področju matematike pri rednem pouku predmeta. V *Vzgojno-izobraževalno delo z nadarjenimi učenci osnovne šole: priročnik* (str. 193–210). Zavod RS za šolstvo.