

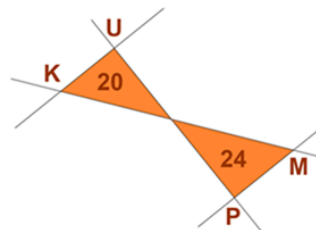
Algoritmično mišljenje pri matematiki v osnovni šoli

dr. Andreja Klančar

Pedagoška fakulteta Univerze na Primorskem

Laško, 12. november 2024

6. konferenca o učenju
in poučevanju matematike
KUPM 2024



ZRSŠ
ZAVOD
REPUBLIKE SLOVENIJE
ZA ŠOLSTVO



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE

I FEEL
SLOVENIA

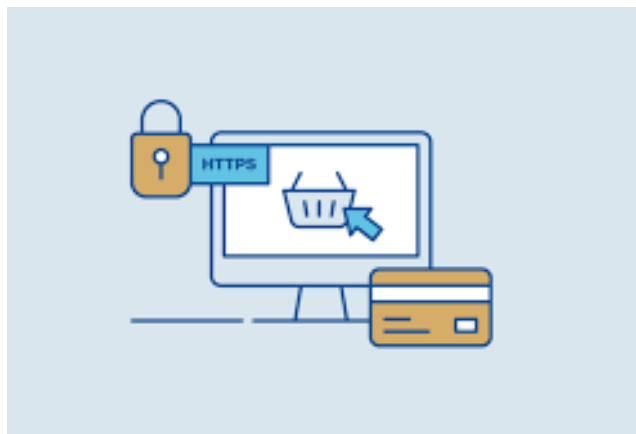


Sofinancira
Evropska unija



Poklici prihodnosti

- **Strokovnjak za kibernetsko varnost**
- **Medicinska sestra**
- **Ustvarjalec vsebine**
- **Računovodja**
- **Oblikovalec uporabniške izkušnje**
- **Električar**
- **Razvijalec programske opreme**
- **Analitik podatkov**
- **Inženir robotike**
- **Psiholog ali psihoterapevt**



Vir: Optius

Algoritem

- opredeljen kot končno zaporedje dobro definiranih navodil/korakov, namenjenih izvedbi izračuna ali reševanju določene vrste problemov (natančno določen, izvedljiv, končen).
- Ti koraki lahko vključujejo odločitvene procese, izračune in obdelavo podatkov, ki so strukturirani tako, da jih lahko izvede računalnik, kar zagotavlja natančne in dosledne rezultate.



Algoritmično mišljenje

Algoritmično mišljenje nam omogoča, da razčlenimo probleme in konceptualiziramo rešitve v smislu diskretnih korakov v postopku (Wing 2006).

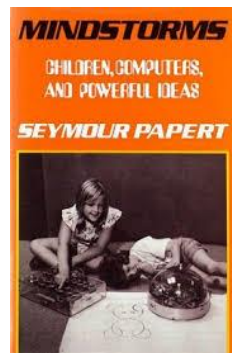
- Omogoča/vključuje:
 - sistematično reševanje problemov,
 - delitev problema na manjše dele/korake in
 - reševanje po določenem zaporedju
- **povezano z analitičnim mišljenjem** - razstavljanje sporočila v sestavne elemente ali dele na način, da so nam jasni odnosi in njihova organiziranost
- vključevanje prvin algoritemskega mišljenja pri reševanju problemov
- *ena ključnih veščin za življenje v digitalnem svetu*



Algoritmično mišljenje

Algoritmično mišljenje - koncept algoritma, ki se nanaša na reševanje problema z razvojem niza zaporednih korakov za doseg želenega rezultata (Katai, 2014).

Koncept izhaja iz Papertovega dela (1980), kjer je pojem uporabil kot del novega pristopa k poučevanju matematičnih vsebin, ki temeljijo na metodah iz računalništva (Curzon, Bell, Waite in Dorling, 2019).

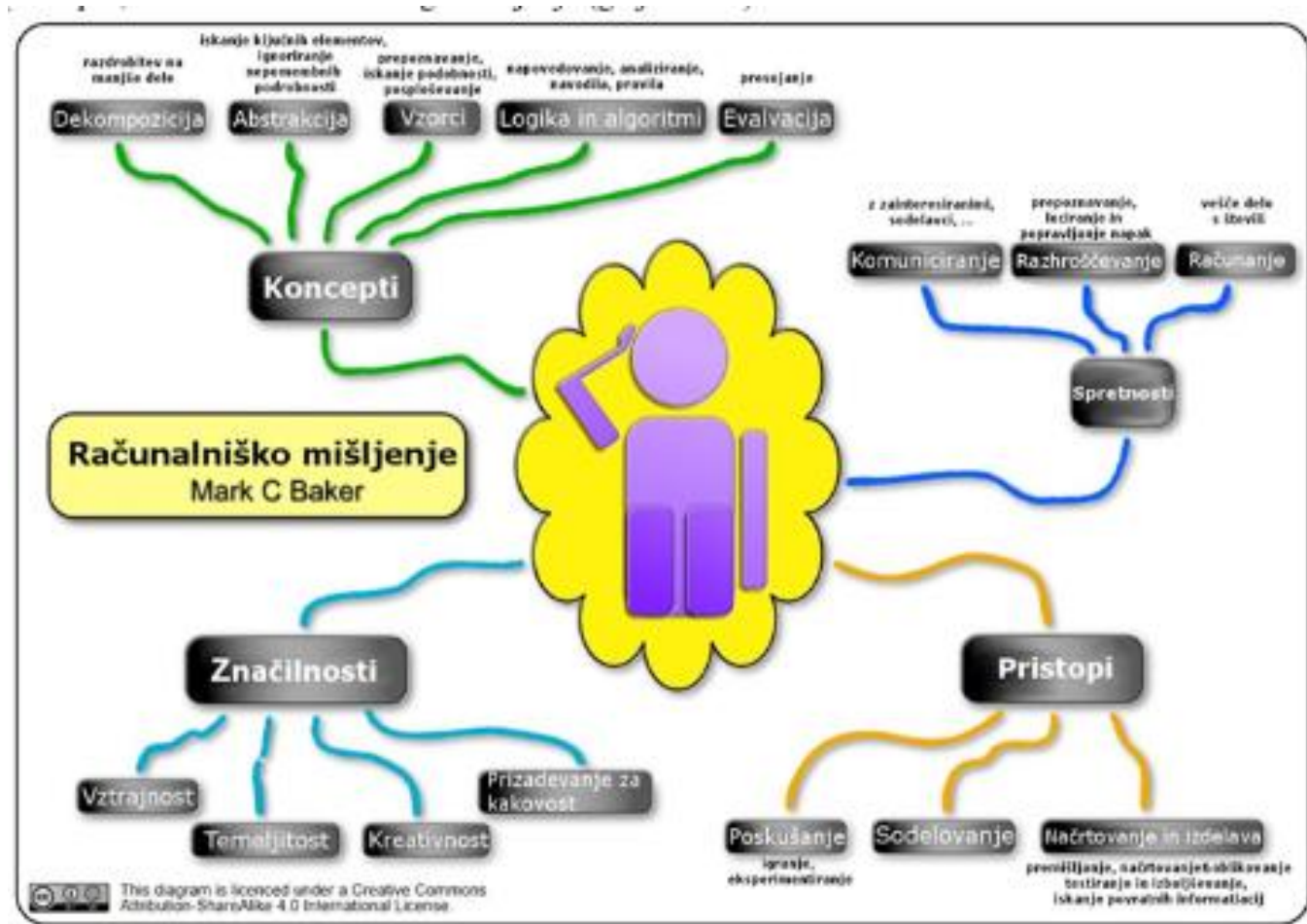


Wing (2006) - opis pojma računalniško mišljenje: nanaša se na sposobnost reševanja problemov, kreiranje sistemov in razumevanje človeškega vedenja po zgledu razumevanja osnovnih konceptov računalništva (Wing, 2006).

2011: računalniško mišljenje je opisala kot miselni proces, ki ga uporabljamo pri oblikovanju problemov in njihovih rešitev v takšni obliki, da rešitve lahko učinkovito izvaja informacijsko procesni agent (Bocconi idr., 2016).

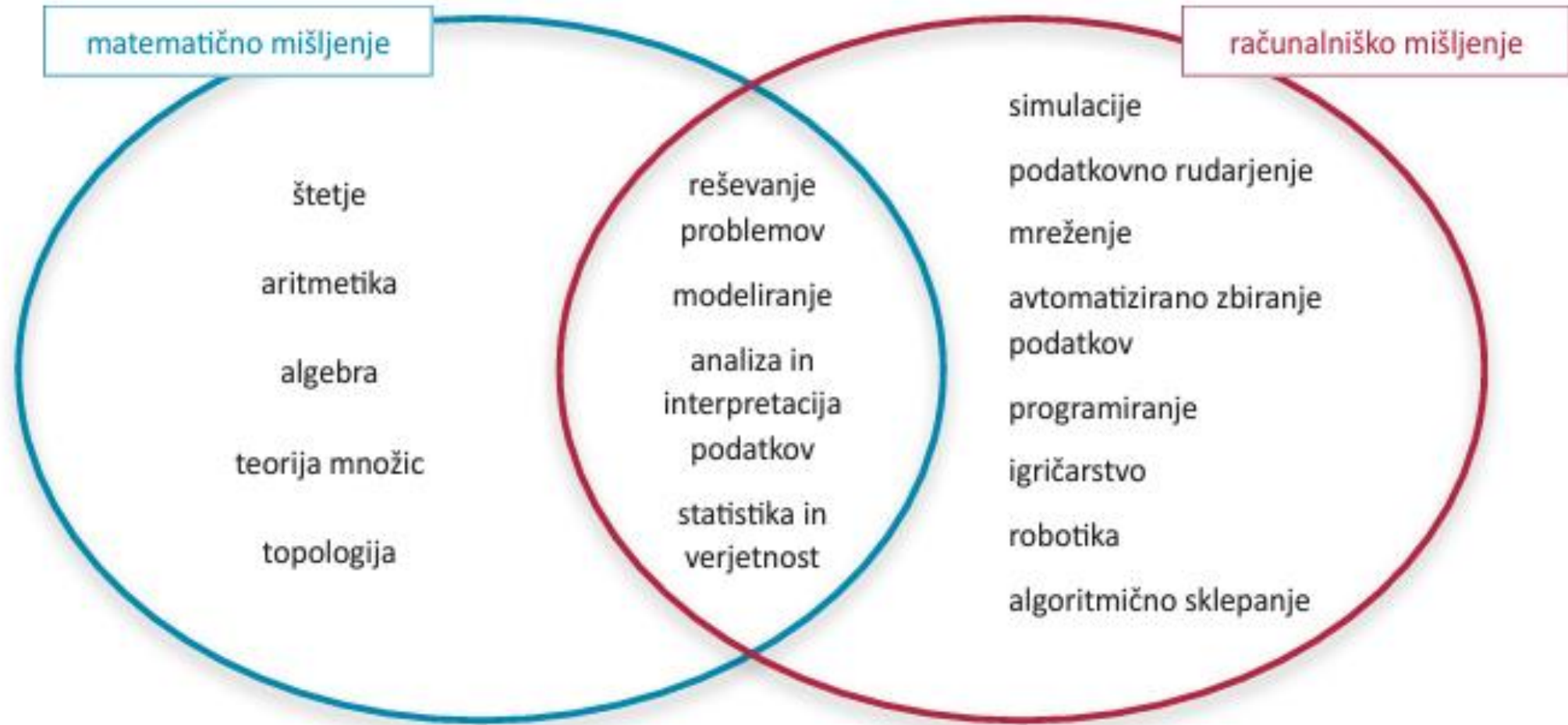


Računalniško mišljenje



(Baker, v Flogie, idr., 2019)





Slika 2: Povezava med matematičnim in računalniškim mišljenjem (Sneider idr., 2014)

Brezovnik, S. in Klančar, A. (2022). Računalniško mišljenje v podporo razvijanju naravoslovne in matematične pismenosti. V: POBERŽNIK, Anita (ur.), idr. Spodbujanje razvoja zmožnosti reševanja avtentičnih problemov s smiselno uporabo digitalnih tehnologij: priročnik za strokovne delavce v vrtcih in šolah. Spletna izd. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, str. 98-103, ilustr. Zbirka Na-ma poti.

Vidiki računalniškega mišljenja, vključeni v obstoječi UN za MAT – OŠ


- cilji pri temi **Druge vsebine** (predvsem sklopa Matematični problemi in problemi z življenjskimi situacijami ter Obdelava podatkov)
- cilji povezani z **abstrakcijo, posplošitvijo, razbitjem na manjše podprobleme**
- Kaj pa cilji, povezani z razvijanjem **algoritmičnega mišljenja pri učencih?**

CILJI			ABSTRAKCIJA	ALGORITMIČNO MIŠLJENJE	AVTOMATIZACIJA	RAZBITJE NA MANJŠE DELE/PODPROBLEME	ODPRAVA NAPAK	POSPLOŠITEV
Geometrija in merjenje	Aritmetika in algebra	Druge vsebine						
		spoznajo različne strategije reševanja problemov in jih uporabljajo pri reševanju podobnih problemov				+		
		prepoznajo pravilo v slikovnem in geometrijskem vzorcu in vzorec nadaljujejo						?
	nadaljujejo in oblikujejo zaporedja števil,							?
	uporabljajo računske operacije pri reševanju problemov					?		
		zberejo in uredijo podatke ter jih čim pregledneje predstavijo in preberejo,	?					
		problem analizirajo, ga sistematično rešijo in pri tem uporabljajo različne strategije reševanja				+		
	uporabljajo računske operacije pri reševanju problemov		?			?		
		rešijo problem, ki zahteva zbiranje in urejanje podatkov, njihovo pregledno predstavitev ter branje in interpretacijo	+					
		opredelijo in razčlenijo življenjsko problemsko situacijo na posamezne korake in oblikujejo problemska vprašanja,		?				
		sistematično rešujejo probleme (branje besedila, oblikovanje vprašanj, analiza podatkov, matematični zapis postopka reševanja, grafična predstavitev, kritično vrednotenje rešitev, oblikovanje odgovorov)				+		
		rešijo problem, ki zahteva zbiranje in urejanje podatkov, njihovo predstavitev ter branje in interpretacijo	+					
		rešijo probleme in pri tem uporabljajo različne strategije						
		opazujejo vzorec, prepoznajo pravilo v vzorcu in ga nadaljujejo						

Razred	CILJI			ABSTRAKCIJA	ALGORITMIČNO MIŠLJENJE	AVTOMATIZACIJA	RAZBITJE NA MANJŠE DELE/PODPROBLEME
	Geometrija in merjenje	Aritmetika in algebra	Druge vsebine				
1.			spoznajo različne strategije reševanja problemov in jih uporabljajo pri reševanju podobnih problemov				+
			prepoznajo pravilo v slikovnem in geometrijskem vzorcu in vzorec nadaljujejo				
2.		nadaljujejo in oblikujejo zaporedja števil,					
		uporabijo računske operacije pri reševanju problemov					?
			zberejo in uredijo podatke ter jih čim pregledneje predstavijo in preberejo, problem analizirajo, ga sistematično rešijo in pri tem uporabljajo različne strategije reševanja	?			+
3.		uporabljajo računske operacije pri reševanju problemov		?			?
			rešijo problem, ki zahteva zbiranje in urejanje podatkov, njihovo pregledno predstavitev ter branje in interpretacijo	+			
			opredelijo in razčlenijo življenjsko problemsko situacijo na posamezne korake in oblikujejo problemska vprašanja,		?		
			sistematično rešujejo probleme (branje besedila, oblikovanje vprašanj, analiza podatkov, matematični zapis postopka reševanja, grafična predstavitev, kritično vrednotenje rešitev, oblikovanje odgovorov)				+
4.			rešijo problem, ki zahteva zbiranje in urejanje podatkov, njihovo predstavitev ter branje in interpretacijo	+			
			rešijo probleme in pri tem uporabljajo različne strategije				
			opazujejo vzorec, prepoznajo pravilo v vzorcu in ga nadaljujejo				

Priporočila

- poudarek na algoritemskem mišljenju:
 - uporaba algoritmov pri matematiki
 - ozaveščanje oblikovanja algoritmov – npr. načrtovanje pri geometriji
- cilje smiselno povezati z reševanjem problemov



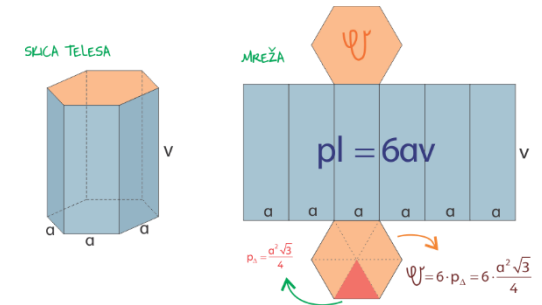
Pomembnost razvijanja algoritmičnega mišljenja

- Algoritmično mišljenje je ključno za razvoj **logičnega razmišljanja, reševanja problemov** in **avtomatizacijo procesov**.
- Algoritmično mišljenje je bistveno za prihodnost v **računalništvu** in drugih področjih.
- Algoritmično mišljenje je pomembno pri poučevanju matematike in naravoslovnih predmetov, saj učencem **omogoča reševanje zapletenih problemov s pomočjo jasno opredeljenih korakov**.

Algoritmično mišljenje pri matematiki

- uporaba algoritmov pri izračunih, reševanju enačb, pri geometrijskih nalogah
- analiza in iskanje vzorcev v zaporedjih
- uporaba rekurzivnih formul
- itd.

	3	1	·	2	4	
				6	2	0
	+			1	2	4
				7	4	4



$$\begin{aligned} & 2 \cdot \underline{5^2} + 4 \cdot \underline{3^2} = \\ & = \underline{2 \cdot 25} + \underline{4 \cdot 9} = \\ & = 50 + 36 = \\ & = 86 \end{aligned}$$

Konkretni primeri uporabe algoritmov pri poučevanju matematike

Primer 1: Algoritmi v geometriji (npr. računanje ploščin, obsegov)

Razvijanje algoritma za izračun površin geometrijskih teles z uporabo algoritmov za izračun ploščine kroga, kvadrata, pravokotnika in drugih likov.

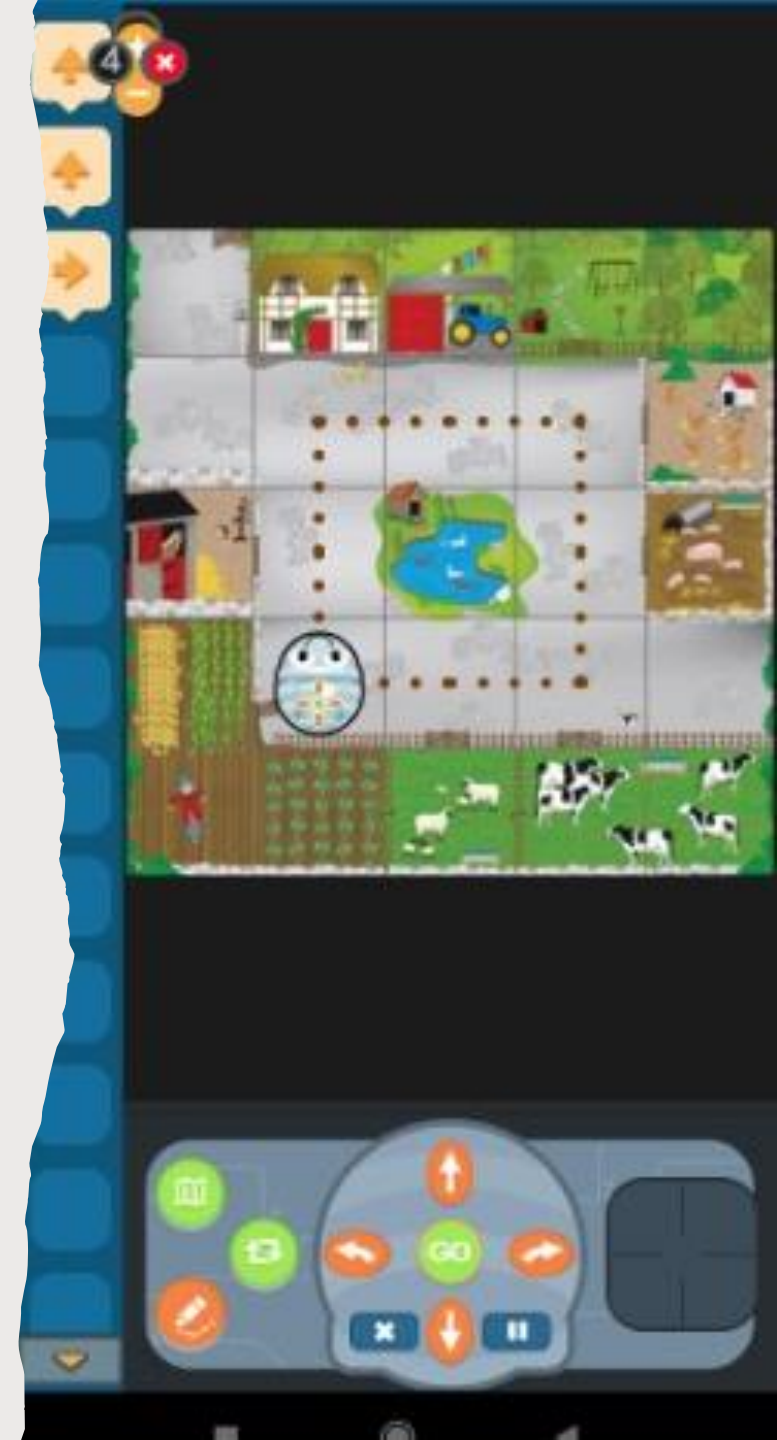
Koraki: oblikovanje formule, vnos podatkov, izvedba operacij in preverjanje rešitve.

Uporaba brezplačnih spletnih aplikacij ali pripomočkov za ustvarjanje in izvajanje algoritmov.



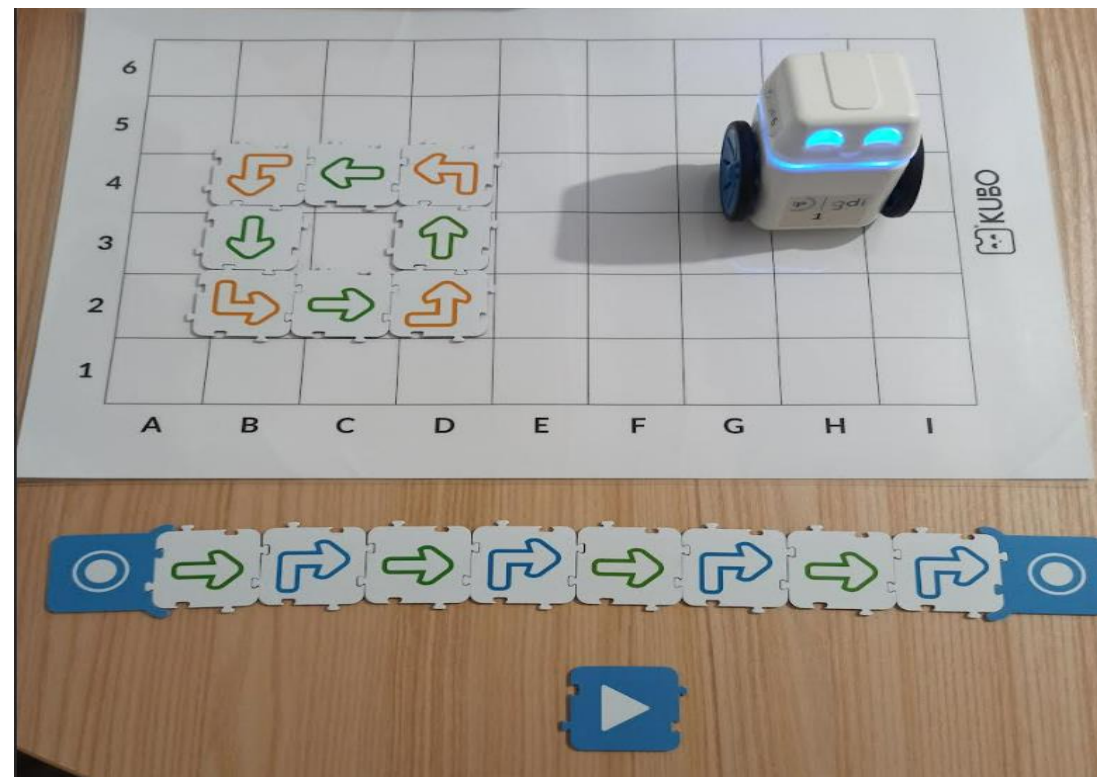
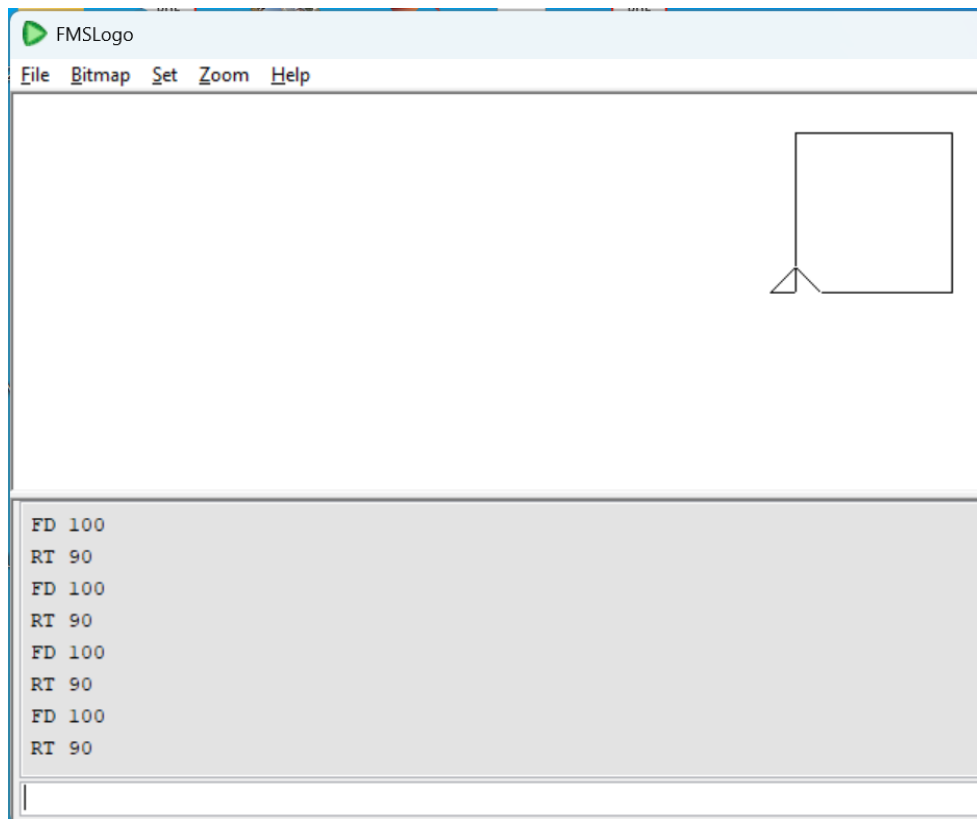
Razvoj algoritmičnega mišljenja

- Mlajši učenci so že sposobni razviti kompleksnejše algoritme, zlasti v digitalnem okolju.
- Starejši učenci kažejo najbolj izrazit napredek v kompleksnosti algoritmov.



Razvoj algoritmičnega mišljenja

- Kvadrat



Algoritmično mišljenje

- Primer:

Cestni ropar je videl, da ima Bogatin 100 zlatnikov, Bogatinka pa 200 zlatnikov, zato je Bogatinki vzel trikrat toliko zlatnikov kot Bogatinu. Po ropu je imel Bogatin dvakrat toliko zlatnikov kot Bogatinka. S koliko denarja je odšel cestni ropar?

(Povzeto po Mršnik in Novak 2016)

- Primer **strategije reševanja z uporabo algoritmskega mišljenja** in sistematičnega zapisa.

Povezovanje matematike z okoljem
skozi ustvarjalno reševanje
avtentičnih problemov

Amalija Zakelj
Univerza na Primorskem
amalija.zakelj@pef.upr.si

Andreja Klančar
Univerza na Primorskem
andreja.klancar@pef.upr.si

Algoritmično mišljenje

- Primer strategije reševanja z uporabo algoritmičnega mišljenja in sistematičnega zapisa:

ropar vzame Bogatinu	ropar vzame Bogatinki	Bogatin	Bogatinka	po ropu
0	0	100	200	$100 \neq 2 \cdot 200$
10	30	90	170	$90 \neq 2 \cdot 170$
20	60	80	140	$80 \neq 2 \cdot 140$
30	90	70	110	$70 \neq 2 \cdot 110$
40	120	60	80	$60 \neq 2 \cdot 80$
50	150	50	50	$50 \neq 2 \cdot 50$
60	180	40	20	$40 \neq 2 \cdot 20$

Algoritmčno mišljenje – primeri

V knjižnici stane izposoja posamezne knjige 0,80 €. Za vsako šesto knjigo izposojevalnine ni treba plačati.

A. Dopolni: Za izposajo 38 knjig je potrebno plačati _____ €.

B. Spodaj sta opisana dva postopka, kako izračunati izposojevalnino za **poljubno** število knjig.

<i>Prvi postopek</i>	<i>Drugi postopek</i>
Število knjig deli s 6. Dobiš kvocient in ostanek.	Število knjig deli s 6. Dobiš kvocient in ostanek.
Število knjig zmanjšaj za dobljeni kvocient.	Število knjig zmanjšaj za 6.
Dobljeno razliko pomnoži z 0,80	Dobljeno razliko pomnoži z 0,80
Dobiš znesek za plačilo v €.	Dobiš znesek za plačilo v €.

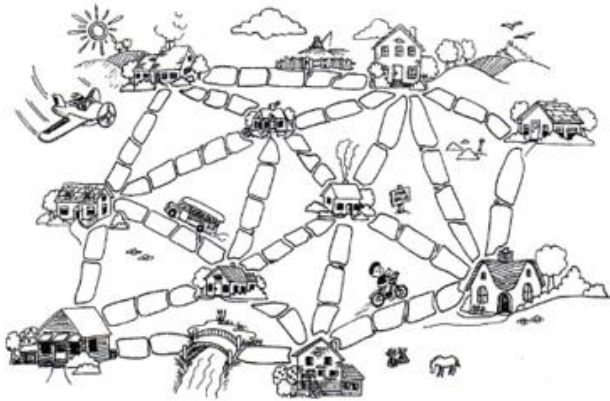
Ali sta opisana postopka pravilna? *Obkroži črko pred pravilnim odgovorom.*

a.	Oba postopka sta pravilna.
b.	Oba postopka sta nepravilna.
c.	Pravilen je samo prvi postopek.
d.	Pravilen je samo drugi postopek.

Algoritmično mišljenje – primeri

Interaktivni konceptualni apleti v i-učbeniku kot mediatorji problemskih znanj

Aktivnost Blatno mesto je povzeta po Fellows (1993).



Slika 6 Blatno mesto

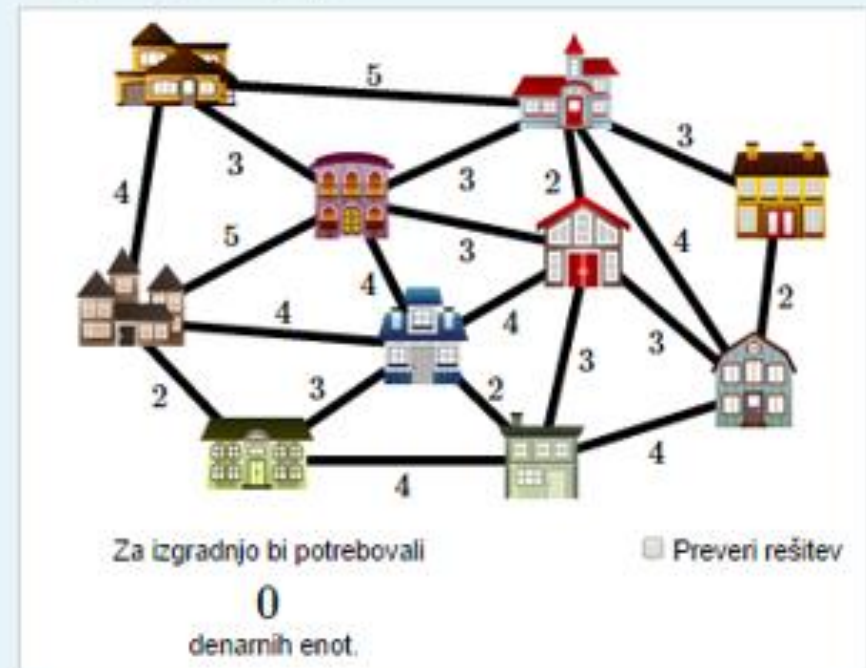
Učenec s klikom določa poti, ki jih bo izbral v omrežju, tehnologija pa izračunava vrednost asfaltiranja in preverja optimalnost rešitve.

Avtor: dr. Alenka Lipovec idr.

Nekoč nekje je bilo mesto brez asfaltiranih cest. Posebno po nevihtah je bilo vse blatno. Avtomobili so se vdiral v blato in ljudje so bili popolnoma umazani. Župan mesta se je odločil, da je potrebno nekatere ceste asfaltirati, vendar ni želel porabiti več denarja, kot bi bilo nujno potrebno. Zato je postavil pogoja:

1. asfaltirati je potrebno toliko cest, da bo vsak lahko po njih prišel do koderkoli v mestu;
2. asfaltiranje naj stane čim manj.

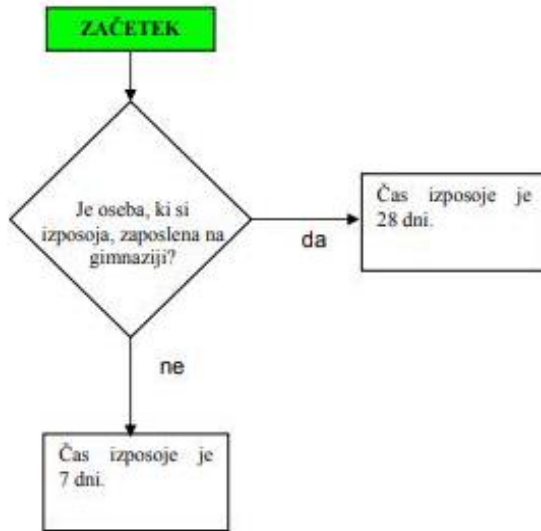
Na aktivni sliki je zemljevid mesta. Črte predstavljajo poti, število ob posamezni poti med hišami predstavlja ceno asfaltiranja te poti. Pot izbereš s klikom nanjo, pri tem se pot obarva rdeče. Poišči najboljšo možno asfaltiranje. Če želiš začeti znova, uporabi puščici zgoraj desno.



Algoritmično mišljenje – primeri

SISTEM KNJIŽNIČNE IZPOSOJE

Knjižnica **Gimnazije Krumppek** ima preprost sistem izposoje knjig: za zaposlene je čas izposoje 28 dni, za dijake pa 7 dni. Ta preprost sistem je prikazan spodaj z drevesnim diagramom sklepanja:



Knjižnica **Gimnazije Šmartno** uporablja podoben, a bolj zapleten sistem izposoje:

- Za vse publikacije, označene kot "rezervirane", je čas izposoje 2 dni.
- Za knjige (ne pa tudi revije), ki **niso** na seznamu rezerviranih publikacij, je čas izposoje 28 dni za zaposlene na gimnaziji in 14 dni za dijake.
- Za revije, ki **niso** na seznamu rezerviranih publikacij, je čas izposoje za vse 7 dni.
- Osebe, ki imajo izposojeno gradivo, za katero je rok izposoje potekel, si ne morejo izposoditi novega gradiva.

PISA 2003, https://www.pei.si/wp-content/uploads/2018/12/Naloge_iz_matematice_pismenosti_in_probl_nal-2003.pdf, str. 54

1. vprašanje: SISTEM KNJIŽNIČNE IZPOSOJE

X402Q01

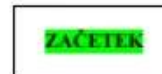
Si dijak **Gimnazije Šmartno** in nimaš izposojenega gradiva, ki mu je rok izposoje potekel. Želiš si izposoditi knjigo, ki ni na seznamu rezerviranih publikacij. Za koliko časa si jo lahko izposodiš?

Odgovor: Za dni.

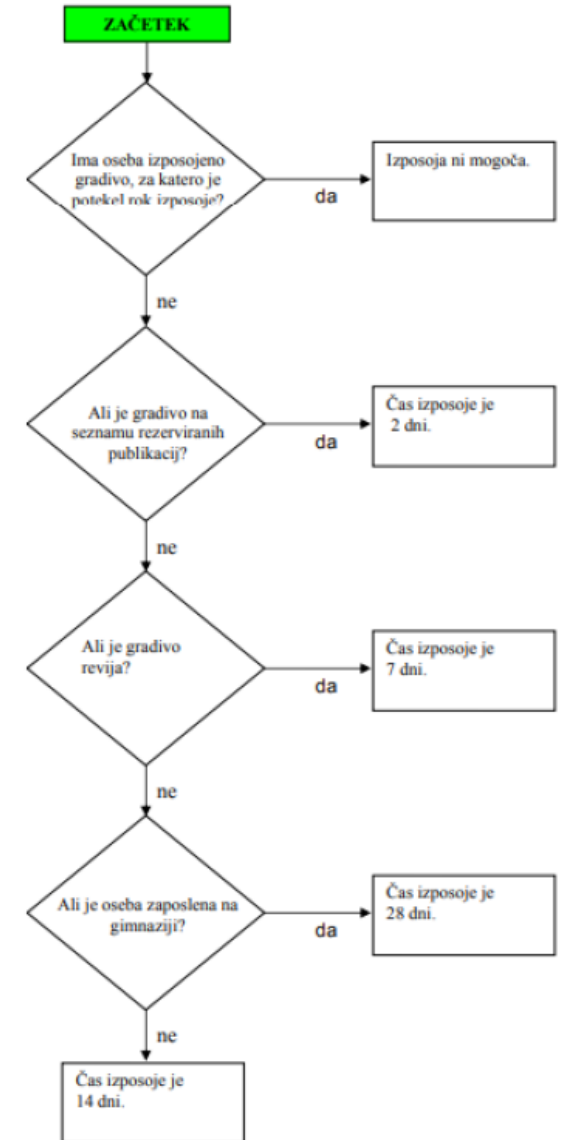
2. vprašanje: SISTEM KNJIŽNIČNE IZPOSOJE

X402Q02

Naredi drevesni diagram sklepanja za sistem izposoje v **knjižnici Gimnazije Šmartno**, na podlagi katerega bi lahko v knjižnici izdelali sistem za avtomatsko kontrolo nad izposajo knjig in revij. Tvoj kontrolni sistem mora biti čim bolj učinkovit, kar pomeni, da mora imeti najmanjše možno število kontrolnih korakov. Upoštevaj, da mora imeti vsak kontrolni korak samo **dve** rešitvi in da morata biti rešitvi ustrezno označeni (na primer: "da" in "ne").



Koda 31: Najučinkovitejši kontrolni sistem ima štiri korake, kot je prikazano spodaj: Kot pravilne upoštevajte tudi druge enakovredne stavke. Na primer:



Priporočila

OSNUTEK-DELOVNO GRADIVO

Računalniško mišljenje v prenovljenem učnem načrtu za matematiko
Vključi se pri Reševanju problemov??? (ohranjajo/preoblikujejo se ostali cilji???)



	Cilji	Standardi	Načini izkazovanja znanja	Dejavnosti/Viri/Primeri nalog
I. VIO	Učenec: <ul style="list-style-type: none">• sledi preprostemu algoritmu (kot zaporedju korakov za reševanje preprostega izziva/naloge/problema)• oblikuje preprost algoritem (kot zaporedje korakov za reševanje preprostega izziva/naloge/problema)			
II. VIO	<ul style="list-style-type: none">• uporablja, preverja in oblikuje algoritme za reševanje preprostih problemov• algoritem predstavi na različne načine (pisno, ustno, vizualno, s pomočjo tehnologije)			
III. VIO	<ul style="list-style-type: none">• oblikuje algoritem za reševanje (kompleksnega) problema iz realnega sveta, ga testira in odpravlja napake			
Gimnazija	? Kaj pri matematiki? Kako uskladi s Cilji iz predmeta Informatika			

Delovno gradivo, oktober 2022

I. VIO

- sledi preprostemu algoritmu (kot zaporedju korakov za reševanje preprostega problema)
- oblikuje preprost algoritem (kot zaporedje korakov za reševanje preprostega problema)

II. VIO

- uporablja, preverja in oblikuje algoritme za reševanje preprostih problemov
- algoritem predstavi na različne načine (pisno/ustno, vizualno – tudi s pomočjo tehnologije)

III. VIO

- oblikuje algoritem za reševanje (kompleksnega) problema iz realnega sveta, ga testira in odpravlja napake

Hvala za pozornost!

Viri

Katai, Z. (2014). The challenge of promoting algorithmic thinking of both sciences- and humanities-oriented learners. *Journal of Computer Assisted Learning*, 31(4), 287-299. <https://doi.org/10.1111/jcal.12070>

Kranjc, R., Košir, K. in Čotar Konrad, S. (2017). Računalniško mišljenje – kaj je to in zakaj bi ga sploh potrebovali? *Vzgoja in izobraževanje* 48(4), 9–19.

Flogie, A., Črepinšek, M., Krajnc, R. in Đukić, M. (2019). Poročilo skupine za analizo učnega načrta za informatiko v gimnazijah.

Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. New York: Basic Books.

Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications of the ACM*, 49(3), 33–35. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>.

Wing, J. M. (2011). *Research notebook: Computational thinking—what and why*. The Link Magazine, Pittsburg, PA: Computer Science. Retrieved from <https://www.cs.cmu.edu/link/research-notebook-computationalthinking-what-and-why>

Delovno gradivo PRS MAT

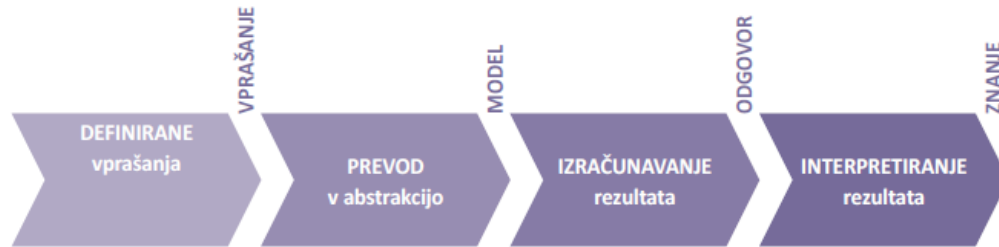
Računalniško mišljenje v podporo razvijanju naravoslovne in matematične pismenosti

Simon Brezovnik, Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko
Andreja Klančar, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta

DEKOMPOZICIJA PROBLEMA: Sam problem razgradimo na več korakov. Te upoštevamo tudi pri pripravi miselnega vzorca.

- Pregled spleta glede aplikacij za pametni telefon, ki jih lahko uporabimo za merjenje različnih fizikalnih količin s pomočjo tipal v telefonu, in zapis njihovih značilnosti.
- Izbor primerne aplikacije.
- Priprava in izvedba eksperimenta.
- Analiza rezultatov.

Na vsakem koraku so zapisani koncepti računalniškega mišljenja, ki ti bodo pomagali do končne rešitve problema.



Slika 1: Računalniško mišljenje kot štiristopenjsko reševanje problemov (Kranjc idr., 2017)

Za ponazoritev navajamo primer dejavnosti Merjenje mase telefona avtorice Felicite Zupančič, ki je že predstavljen v prvem delu priročnika in smo ga nadgradili z elementi računalniškega mišljenja.

»Razmisli, kako bi izmeril maso pametnega telefona brez uporabe tehtnice. Zapiši si miselni vzorec. Uporabi fizikalno znanje! Na spletu poišči aplikacije za pametni telefon, ki jih lahko uporabiš za merjenje različnih fizikalnih količin s pomočjo tipal v telefonu. Zapiši jih. Nariši skico izbranega poskusa ter zapiši izmerjene količine. Meritve si tudi shrani. Ali se izmerjena masa ujema s podatkom proizvajalca? Kako bi lahko meritve izboljšal?«

1. KORAK: DEFINIRANJE VPRAŠANJA

- **DEKOMPOZICIJA PROBLEMA:** Na spletu poišči aplikacije za pametni telefon, ki jih lahko uporabimo za merjenje različnih fizikalnih količin s pomočjo tipal v telefonu. Zapiši jih.

POSPLOŠEVANJE/PREPOZNAVANJE VZORCEV: Ali na spletu že obstajajo kateri poskusi, ki jih lahko izvedemo s pomočjo aplikacij, ki delujejo s pomočjo tipal v telefonu? Zapiši in predstavi nekaj takšnih poskusov.

2. PREVOD V ABSTRAKCIJO:

ABSTRAKCIJA: Nariši si miselni vzorec/diagram, v katerem našteješ različne ideje za reševanje svojega problema.

ALGORITMIČNO RAZMIŠLJANJE: Razmisli o korakih reševanja posameznega načina od vseh možnih načinov reševanja svojega problema, ki so navedeni v miselnem vzorcu/diagramu. Se ti zdi kateri od problemov preprostejši za uporabo, je kakšen, ki je premalo natančen, prezahteven in za katerega nimaš dostopa do vseh potrebščin za izvedbo? Obkroži pristop, s katerim boš v nadaljevanju sam preveril maso svojega telefona.

3. IZRAČUNAVANJE REZULTATA:

ALGORITMIČNO RAZMIŠLJANJE: Natančno v ustreznem zaporedju zapiši korake za izvedbo poskusa. Nariši skico izbranega poskusa (**ABSTRAKCIJA**). Nato izvedi poskus. Zapiši si izmerjene količine in poišči končni rezultat.

4. TOLMAČENJE REZULTATA:

EVALVACIJA: Ali se izmerjena masa ujema s podatkom proizvajalca? Bi lahko meritve še izboljšal? Če nisi zadovoljen z rezultatom ali si ugotovil, da bi drugi način reševanja problema dal boljše rezultate, izvedi še ta poskus.