

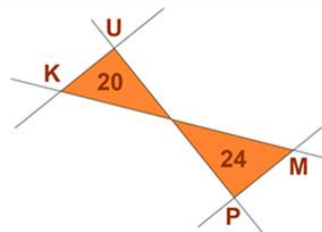
Kako pa Vi poučujete matematiko?

Prof. dr. Tatjana Hodnik

Univerza v Ljubljani pedagoška fakulteta

Laško, 11. in 12. november 2024

6. konferenca o učenju
in poučevanju matematike
KUPM 2024



ZRSŠ
ZAVOD
REPUBLIKE SLOVENIJE
ZA ŠOLSTVO



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE

I FEEL
SLOVENIA



Sofinancira
Evropska unija

Vprašanje *Kako pa Vi poučujete matematiko?*

lahko meri na

- metode/oblike dela ali pristope k poučevanju;
- na konkretno delo v razredu z učenci pri pouku matematike (naloge, preverjanje, ocenjevanje znanja...)
- na izzive, s katerimi se srečuje učitelj pri poučevanju matematike (učne težave, heterogena skupina učencev...) ipd.

Vprašanje pa želi predvsem meriti na

- razmisleke in utemeljitve, zakaj poučujete matematiko tako, kot jo poučujete*
- kako avtonomni ste pri sprejemanju odločitev za svoje poučevanje in kako svoje odločitve lahko argumentirate samim sebi, staršem, pedagoški, matematični stroki, širši javnosti.*

Potreben pogoj za poučevanje matematike je dobro **matematično, pedagoško in didaktično znanje** učitelja.

Situacije v razredu, v šoli, v odnosih do staršev, šolskega sistema in družbe na sploh pa zahteva od učitelja še bistveno bolj kompleksna znanja za poučevanje, **vzgojno, etično delovanje in družbeno angažiranje**.

Kako naslavljamo **pomembne dejavnike za kakovostno izvajanje poklica**, npr. avtonomija, avtoriteta, možnosti inkluzije, vloga znanja v učnih načrtih v primerjavi z močjo učbenikov, podporni dokumenti?

Pomen matematičnega znanja za razvijanje mišljenja na sploh

Matematika razvija pri učencih pojmovno mišljenje, ki ni pomembno le za pridobivanje matematičnega znanja, ampak pomaga razvijati pojmovno mišljenje na sploh, tudi na področju drugih znanostih in jo zato srečujemo na večini področij človekovega življenja in ustvarjanja.

Pouk matematike pripravlja učence tudi na sprejemanje odgovornih odločitev na osnovi matematičnega znanja, za aktivno državljanstvo, za delovanje na različnih področjih v gospodarstvu ter za zavedanje pomena vednosti za človekovo delovanje v svetu.

Premišljeno načrtovanje in izvajanje pouka matematike spodbuja pri učencih razvijanje različnih miselnih procesov, temelj za kritično mišljenje, ustvarjalnost ter reševanje problemov. Matematika se neposredno povezuje z vsemi naravoslovnimi predmeti, s tehniko in tehnologijo, uporablja pa tudi na preostalih predmetnih področjih, **saj je univerzalni sistem mišljenja.**

Matematika je eden redkih predmetov, ki v učnem procesu pri učencih nujno razvija tudi vztrajnost, delavnost, zmožnost prevzemanja vedno zahtevnejših nalog, natančnost, doslednost.

Kako teorije poučevanja in učenja podpirajo poučevanje in učenje matematike?

- Multiparadigmatsko naslavljanje učenja raziskovalcem in učiteljem predstavlja svojevrsten izziv, ki pa preraste v večji problem, ko se pojavijo prizadevanja po uveljavitvi zgolj ene izmed teoretskih paradigem.
- V slovenskem pedagoškem prostoru je moč zaznati razprave, v katerih so z oznako »sodobno« zapovedane oz. favorizirane posamezne učne metode, oblike in pristopi poučevanja, z oznako »tradicionalno« pa označene tiste »prepovedane« oz. nezaželene.
- Takšne razprave delujejo v diskurzu vrednostnih polarizacij, s čimer ustvarjajo in producirajo neznanstven ideološki govor, ki pomembno vpliva na razumevanje in udejanjanje poučevanja.

Dopolnjevanje in preplet teoretskih paradigem

Začetek razvoja didaktike matematike označuje prelom z 19. na 20. stoletje.

... kot odgovor na potrebe po bolj usposobljenih učiteljih matematike so se na univerzah po svetu začela izvajati prva predavanja s področja didaktike matematike.

Prvi raziskovalci učenja in poučevanja matematike **so bili matematiki in psihologi**, kar je pomembno vplivalo na zasnovo tedanjih raziskav in na samo razumevanje, kaj šteje za znanstveno delo na področju didaktike matematike.

Dopolnjevanje in preplet teoretskih paradigem

Behaviorizem

- b Poudarek je na doseganju vidnih in merljivih rezultatov pri vedenju, nalogah, doseganju ciljev.
- b Ugotavljanje predznanja učencev za načrtovanje poučevanja
- b **Veriženje vsebin: od bolj enostavnih do bolj kompleksnih**
- b Okrepitev učenja z nagrajevanjem uspešnosti
- b **Utrjevanje znanja, jasna povratna informacija**

Kognitivizem

- k Poudarek je na aktivnem sodelovanju učenca pri učenju, razvijanju metakognicije (samo načrtovanje, samo reguliranje).**
- k Poudarek je na hierarhiji med pojmi za ponazoritev temeljnih odnosov med pojmi.**
- k Poudarek je na strukturiranju, organiziranju in zaporedju informacij za optimalno procesiranje informacij.**
- k Ustvarjanje učnih okolij, ki učencem omogočajo in jih spodbujajo k povezovanju s predhodnim znanjem (priklic predznanja, uporaba ustreznih zgledov, analogije)**

Konstruktivizem

- ⌘ **Poudarek je na učenju v smiselnih kontekstih**
- ⌘ **Poudarek na učenčevem uravnavanju lastnega učenja in zmožnosti, da uporablja svoje znanje**
- ⌘ **Pomen reprezentiranja matematičnih idej na različne načine**
- ⌘ **Reševanje problemov**
- ⌘ **Ocenjevanje znanja je osredotočeno na prenosljivo znanje in spretnosti.**

Na začetku novega tisočletja je opaziti povečanje zanimanja za naslavljanje socialnih dejavnikov pri poučevanju in učenju matematike.

... za razliko od epistemoloških, ontoloških in razprav o znanju, ki so se osredotočale na posameznikovo pridobivanje znanja in pojasnjevanje odnosa le-tega do resničnosti, je z osredotočanjem na socialne dejavnike v raziskavah matematičnega izobraževanja prišlo do t. i. socialnega obrata.

S tem konceptom pojmuje pojav teorij, ki mišljenje, sklepanje in pripisovanje pomenov razumejo kot posledico družbene aktivnosti.

Znatno se je povečalo zanimanje za raziskovanje učenja in poučevanja matematike v kontekstu sociokulturne paradigme, poudarjena je razredna klima in proces socializacije.

Ta poudarek pa verjetno vpliva na to, da se pomen prenosa znanja in znanje učenca izgubljata iz fokusa.

Retorika vrednotnih polarizacij

- ❖ Zagovorniki določenih teoretskih paradigem ustvarjajo slogane kot npr. „pomembno je aktivno učenje“, „učenec mora biti v središču“, „učenci naj se učijo v skupinah“, „učitelj je režiser, organizator pouka“, „učenec konstruira znanje sam“ ipd.
- ❖ Te kratke formule, imajo moč prepričevanja, spodbujanja ljudi, da ukrepajo proti nečemu ali za nekaj, ter legitimiranja ali diskreditiranja določene izobraževalne prakse ali teorije (Kodelja, 2023). Bolj ko so slogani v tem pogledu učinkoviti in prepričljivi, večja je nevarnost, da bodo vse bolj nadomeščali mišljenje (Kodelja, 2023).
- ❖ Termine kot denimo razlaga, utrjevanje znanja, abstraktno razmišljanje, individualno delo, napor ipd. so negativno vrednotno označeni in se jih zato umika iz diskurza in uporabe.

Sklep

Ni primerno, da s sklicevanjem na eno od teorij (največkrat je to konstruktivizem) upravičimo uporabo metod, oblik oz. pristopov pri poučevanju.

Upravičimo jih lahko le glede na doseganje ciljev za skupino učencev, ki jih poučujemo.

To pa vključuje tudi inkluzijo, ki je nobeno učbeniško gradivo ne more vključiti ali predvideti, ker je učbenik namenjen tipičnemu učencu v razredu.

Izhod iz vrednostnih opozicij

Kot primer izhoda iz poučevanja na osnovi vrednostnih opozicij lahko vidimo v konceptualizaciji didaktike matematike *Visible Learning for Mathematics* (Hattie idr., 2017),

v kateri avtorji predstavijo **KONCEPTUALNO ZAOKROŽENO IN UTEMELJENO POUČEVANJE MATEMATIKE, KI ZAOBSEGA TAČO STROKOVNO-DIDAKTIČNE KOMPETENCE UČITELJA KOT VZGOJNE IN ETIČNE**, predstavlja sintezo vseh prej predstavljenih paradigem.

Hattie idr. (2017) na osnovi obsežne raziskave* ločijo med dvema temeljnima pristopoma k poučevanju in sicer **DIREKTNIM IN DIALOŠKIM PRISTOPOM**, pri čemer jasno opredelijo, da direktno poučevanje vključuje bistveno več kot »demonstriranje in razlaganje postopka za učenje računskih spretnosti« (str. 3).

*Več kot 1200 meta raziskav, v katerih je vključenih več kot 70 000 študij, v njih več kot 300 milijonov učencev; za podrobnosti metodologije glej Hattie idr. (2017).

Direktno poučevanje avtorji opredelijo kot poučevanje, pri katerem učitelj **določi učne cilje in kriterije uspeha**, jih transparentno predstavi učencem, jih z razlago in razgovorom vpelje, demonstrira z navajanjem zgledov, s preverjanjem razumevanja ugotavlja učenčevo razumevanje, posreduje povratno informacijo učencem o njihovem napredovanju in v zaključku obravnavanega sklopa/vsebine/enote skupaj z učenci povzame nova spoznanja v celoto.

Dialoško poučevanje ni nasprotni pol direktnega, ampak se z njim dopolnjuje: učenec **lahko rešuje zanj nove probleme**, je vključen v diskurz o strategijah reševanja problemov ter rešitvah, razvija lastne strategije reševanja problemov, je zmožen posploševati... Vse to pa je za učenca mogoče, če ima ustrezna matematična znanja, ki jih spozna z direktnim poučevanjem.

Pri obeh vrstah poučevanja se **prepletajo**:

- ❖ matematični diskurz/diskusija/govor,
- ❖ sodelovalno učenje/delo v skupinah,
- ❖ veriženje vsebin in nalog,
- ❖ izbira nalog, problemov,
- ❖ sprotne povratne informacije,
- ❖ sprotno spremljanje učenčevega razmišljanja, napredka,
- ❖ definicije,
- ❖ reprezentacije,
- ❖ kreativnost.

Pri matematiki razvijamo tri vrste znanja: *temeljno, poglobljeno in prenosljivo znanje.*

Primer:

- Potenca (T), potenca v številskih izrazih (Po), potenca pri prostornini, rasti populacije, obrestnem računu (Pr)...

Principi konceptualizacije poučevanja matematike (povzeto po Hattie idr. 2017):

- *matematična strogost* (angl. mathematical rigor), ki pomeni, da je pri pouku matematike treba vzpostaviti ustrezno razmerje med konceptualnim znanjem, proceduralnim znanjem - kamor sodi tudi učenčeva zmožnost tekočnosti določenih postopkov - ter problemskim znanjem;
- *premišljena izbira učnih pristopov* (angl. precision teaching), ki pomeni »izbiro učnega pristopa«, s katerim se doseže »najboljši rezultat«; **Ne moremo namreč vpeljati skupinske oblike dela, če nismo razmislili, kaj se pri taki obliki v primerjavi s katero drugo obliko dela spremeni – nikoli ne gre le za to, da z izbrano obliko dela zgolj pridobimo, zavedati se moramo, da vedno nekaj tudi izgubimo.**
- *učiteljeva jasnost* (angl. clarity) pri organizaciji dela, razlagi, zgledih in ocenjevanju;

- jasni učni cilji, s katerimi seznanimo učence v njim razumljivem jeziku (ni nujno na začetku ure, če učenci še ne poznajo osnovnih terminov – primer vpeljava množenja);
- kriteriji uspeha, ki ji predstavimo učencem in so vezani na standarde oz. minimalne standarde znanja (tudi cilje) –z namenom, da učenci/dijaki vedo, kaj morajo znati, kako in katero znanje morajo izkazati;
- načrtovanje vzgojnih ciljev;

- *produktivni napor* učenca (angl. *productive struggle*),
- strateško vpeljevanje **matematičnega jezika** (matematična diskusija – temeljno znanje, matematični diskurz – poglobljeno, prenosljivo znanje); učencu obvladovanje matematičnega besedišča omogoča učitelj, ki poskrbi za jasno opredelitev matematičnih terminov in simbolov ter jih dosledno in jasno uporablja;
- *razredna klima z normami* (zaupanje, pripadanje, participiranje, spoštovanje) *in pravili*, ki morajo biti usklajene z normami, ki sploh omogoča učenje in poučevanje

- *premišljeno zastavljanje vprašanj*: vprašanja vodenja, usmerjevalna vprašanja, odprta vprašanja, dialog, *spodbude, namigi*;
- *nazorni zgledi* pojmov in postopkov predvsem pri vzpostavljanju temeljnega znanja;
- *razvijanje metakognicije*: jaz stavki, ‚ker‘, načrtovanje učenja;
- *časovno razporejeno utrjevanje znanja* - npr. model domačih nalog 2-4-2: 2 nalogi tekoče snovi, 4 naloge prejšnjih ur: dan nazaj, teden nazaj, mesec nazaj ipd., 2 nalogi, ki zahtevata, da učenec razloži postopek reševanja, razmišljanje...;
- *diferenciacija in individualizacija*;
- *odziv na obravnavo* (angl. response to intervention, RTI) – INKLUZIVNA ŠOLA

Ključna vprašanja pred načrtovanjem pouka za zagotavljanje dobre poučevalne prakse, ki vključi večino učencev v razredu:

- Katera znanja in spretnosti morajo osvojiti vsi učenci?
- kateri viri in sredstva so mi pri tem v pomoč?
- Katera predznanja imajo ali potrebujejo učenci?
- Na katere težave lahko pri obravnavi vsebine naletijo?
- Kako moja obravnava upošteva predznanja učencev?

- Kako bom pri učencih spodbujala razmišljanje in kaj bodo morali narediti?
- Kako jih pri učenju lahko podpiram, kako lahko diferenciram delo (glede vsebine, postopkov in izdelkov)?
- Kakšna bodo moja vprašanja, aktivnosti, primeri ipd. pri razlagi oz. pri poglobljanju vsebine?
- Katere vzgojne cilje bom vključila?
- Kako lahko preoblikujem matematične naloge, da postanejo manj kompleksne, a z istim ciljem?
- Kako bodo učenci seznanjeni s kriteriji uspešnosti v znanju (vsebina, spretnosti, vrednote)?
- Kako bom preverila temeljno in poglobljeno matematično znanje?

Sklep

Kar je z našega vidika za poučevanje matematike pomembno je, da pri poučevanju, ki bi moralo biti vselej reflektirano dejanje, preiščeno glede na cilje oz. standarde znanja uporabljamo prepletanje metod in oblik dela ter premislimo etičnost delovanja in uresničevanje vzgojnih ciljev poučevanja.

Literatura

Christodoulou, D. (2014). *Seven myths about education*. Routledge.

Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work: coping with multiple theoretical perspectives. V: F. K. Lester (ur.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. Information Age.

Ernest, P. (2018). The philosophy of mathematics education: an overview. V P. Ernest (ur.), *The philosophy of mathematics education today* (str. 13–35). Springer.

https://doi.org/10.1007/978-3-319-77760-3_2

Ertmer, P. A. in Newby, T. J. (1993). Behaviorism, cognitivism, constructivism: comparing critical features from an instructional design perspective. *Performance Improvement Quarterly*, 6(4), 50–72. <https://doi.org/10.1111/J.1937-8327.1993.TB00605.X>

Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37–68.

<https://doi.org/10.5951/JRESEMATHEDUC.44.1.0037>

Hattie, J. A. C., Fisher, D. in Frey, N. (2017). *Visible learning for mathematics: grades K-12: what works best to optimize student learning*. Corwin Mathematics.

Hodnik, T. in Krek, J. (2022). *Beyond dichotomies in mathematics teaching*. V Z. Kolar Begović, R. Kolar-Šuper in A. Katalenić (ur.), *Advances in research on teaching mathematics: monograph* (str. 40–54). Element; Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Education and Department of Mathematics.

<http://www.mathos.unios.hr/images/uploads/967.pdf>

Inglis, M. in Foster, C. (2018). Five decades of mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 49(4), 462–500.

<https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.49.4.0462>

Izhodišča za prenovo učnih načrtov v osnovni šoli in gimnaziji. (2022). Zavod Republike Slovenije za šolstvo. https://www.zrss.si/pdf/izhodisca_za_prenovo_UN.pdf

Jonassen, D. H. (1991). Evaluating constructivistic learning. *Educational Technology*, 31(9), 28–33.

Kilpatrick, J. (2020). History of research in mathematics education. V S. Lerman (ur.), *Encyclopedia of mathematics education* (str. 349–354). Springer.

https://doi.org/10.1007/9783-030-15789-0_71

Kirshner, D. (2015). Configuring learning theory to support teaching. V L. D. English in D. Kirshner (ur.), *Handbook of international research in mathematics education* (str. 98–150). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203448946-5>

Kodelja, Z. (2023). Slogans as an integral part of educational discourse: two examples. *Policy Futures in Education*, 21(7), 800–808. <https://doi.org/10.1177/14782103231166052>

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. V J. Boaler (ur.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (str. 19–44). Ablex.

Lester, F. K. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. *ZDM – International Journal on Mathematics Education*, 37(6), 457–467. <https://doi.org/10.1007/BF02655854/METRICS>

Riegler, A. (2005). Editorial. The constructivist challenge. *Constructivist Foundations*, 1(1), 1–8. <http://constructivist.info/1/1/001>

Schoenfeld, A. H. (2016). Research in mathematics education. *Review of Research in Education*, 40(1), 497–528. <https://doi.org/10.3102/0091732X16658650>

Schoenfeld, A. H., Fink, H., Zuñiga-Ruiz, S., Huang, S., Wei, X. in Chirinda, B. (2023). *Helping students become powerful mathematics thinkers: case studies of teaching for robust understanding*. Routledge. <https://doi.org/https://doi.org/10.4324/9781003375197>

Sriraman, B. in English, L. D. (2005). Theories of mathematics education: a global survey of theoretical frameworks/trends in mathematics education research. *ZDM – International Journal on Mathematics Education*, 37(6), 450–456.

<https://doi.org/10.1007/BF02655853/METRICS>

Štefanc, D. (2005). Pouk, učenje in aktivnost učencev: razgradnja pedagoških fantazem. *Sodobna Pedagogika*, 56(1), 34–57.