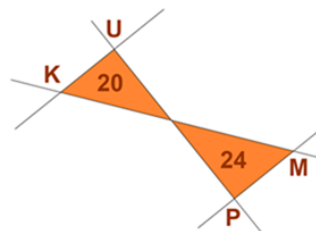


# Poučevanje nadarjenega dijaka skozi prizmo učitelja

Jasna Kvenderc Medvešek, mag. prof. poučevanja mat. in teh.  
Šolski center Novo mesto, Srednja elektro-računalniška šola in tehniška gimnazija

Laško, 11. in 12. november 2024

6. konferenca o učenju  
in poučevanju matematike  
KUPM 2024



ZRSŠ  
ZAVOD  
REPUBLIKE SLOVENIJE  
ZA ŠOLSTVO



REPUBLIKA SLOVENIJA  
MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE

I FEEL  
SLOVENIA



Sofinancira  
Evropska unija

# Primeri dobre prakse

Primer 1: Ko se srečata Pascal in Fibonacci

Primer 2: Ko Eulerjeva enačba postane dijakova motivacija (medpredmetno povezovanje)

Primer 3: Z igro domine in spomin po poti (spo)znanja

Primer 4: Kaj imata skupnega matematika in OpenSCAD?

## Primer 1:

# Ko se srečata Pascal in Fibonacci



Vir: <https://www.radiofrance.fr/franceculture/podcasts/toute-une-vie/blaise-pascal-8304060>



Vir: <https://www.thoughtco.com/leonardo-pisano-fibonacci-biography-2312397>

# Ko se srečata Pascal in Fibonacci



**Blaise Pascal**

Vir: <https://www.radiofrance.fr/franceculture/podcasts/toute-une-vie/blaise-pascal-8304060>

**Zakaj ravno  
Pascal in Fibonacci?**



**Leonardo Pisano Fibonacci**

Vir: <https://www.thoughtco.com/leonardo-pisano-fibonacci-biography-2312397>

# Ko se srečata Pascal in Fibonacci



**Blaise Pascal**

Vir:

<https://www.radiofrance.fr/franceculture/podcasts/toute-une-vie/blaise-pascal-8304060>

1. PASCALOV TRIKOTNIK
2. PASCALOV TRIKOTNIK IN FIBONACCIJEVA ŠTEVILA
3. VRSTICE PASCALOVEGA TRIKOTNIKA
4. PASCALOVI CVETOV
5. PASCALOVE NOGAVICE



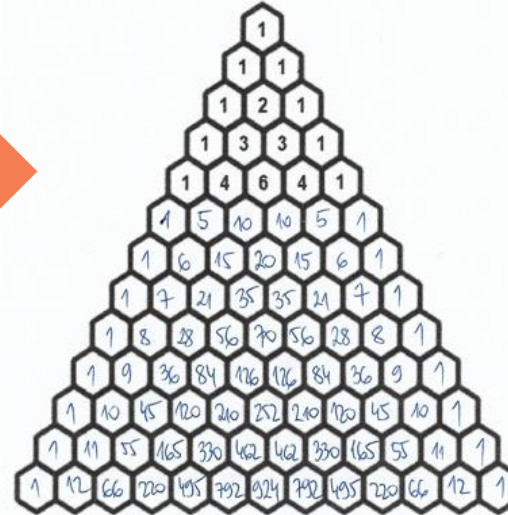
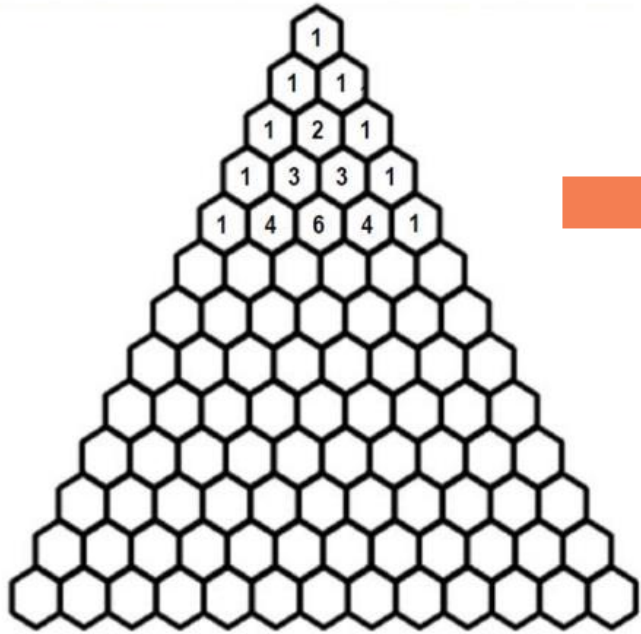
**Leonardo Pisano Fibonacci**

Vir: <https://www.thoughtco.com/leonardo-pisano-fibonacci-biography-2312397>

SKUPINA 1

RAZISKUJ PASCALOV TRIKOTNIK

Navodila: raziskuj zgradbo Pascalovega trikotnika in nadaljuj z zapisovanjem manjkajočih števil oziroma kar celih vrstic.



Zapiši, kako si razmišljal(a) in kaj si ugotovil(a).

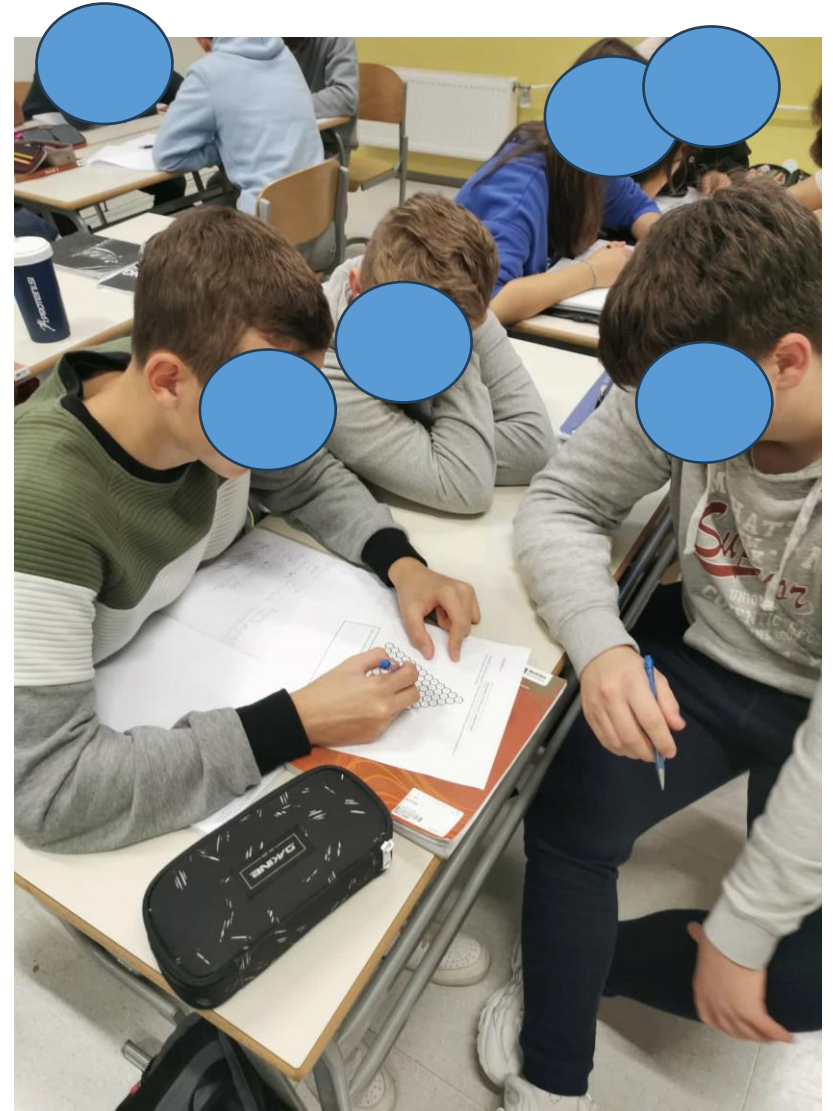
---

---

---

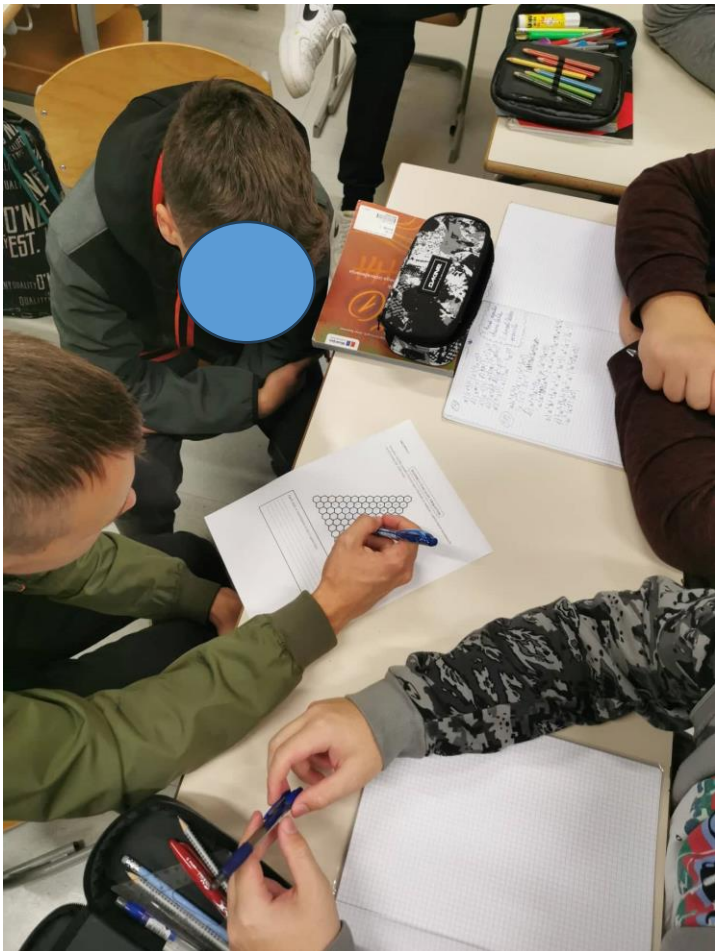
---

---

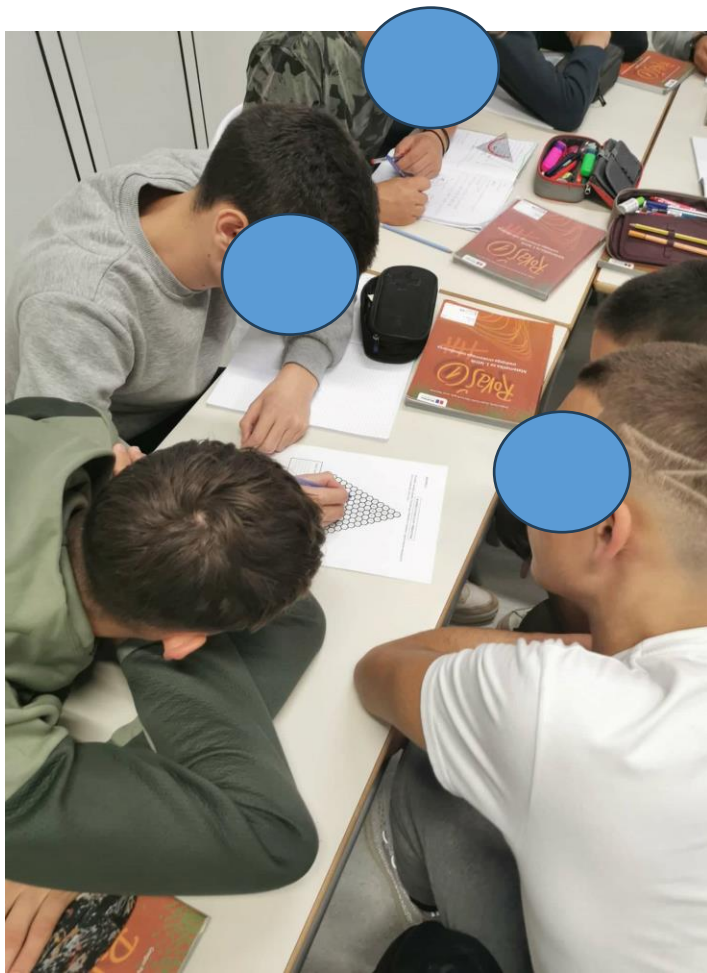


Vir: lasten.





Vir: lasten.



Vir: lasten.

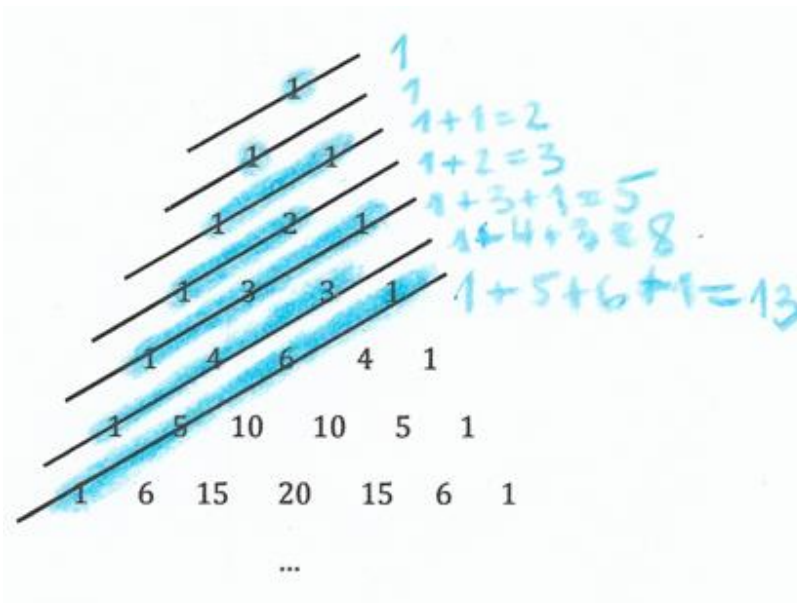
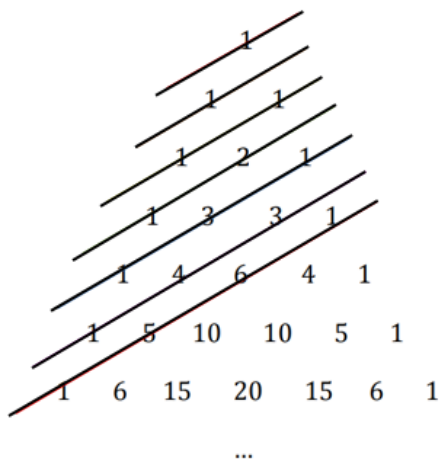


Vir: lasten.

SKUPINA 2

**RAZISKUJ PASCALOV TRIKOTNIK IN FIBONACCIJEVA ŠTEVILA**

Naloga: raziskuj vsote števil na ustreznih diagonalah. Najdi ustrezen vzorec števil oziroma pravila, po katerem si dana števila sledijo.



Zapiši, kako si razmišljal(a) in kaj si ugotovil(a).

---

---

---

---

---





### SKUPINA 3

#### RAZISKUJ VRSTICE PASCALOVEGA TRIKOTNIKA

Naloga: opazuj vrstice Pascalovega trikotnika. Izvajaj računske operacije med števili v posamezni vrstici. Posebej se osredotoči na operacijo seštevanje ter poskušaj ugotoviti vzorec. Raziskuj povezanost števil v vrstici Pascalovega trikotnika s potencami števila 11 in 2.

				1					
				1		1			
			1		2		1		
		1		3		3		1	
	1		4		6		4		1
	1	5		10		10	5		1
1	6	15		20		15	6		1
1	7	21	35		35	21	7		1
				...					

Zapiši, kako si razmišljal(a) in kaj si ugotovil(a).

---

---

---

---

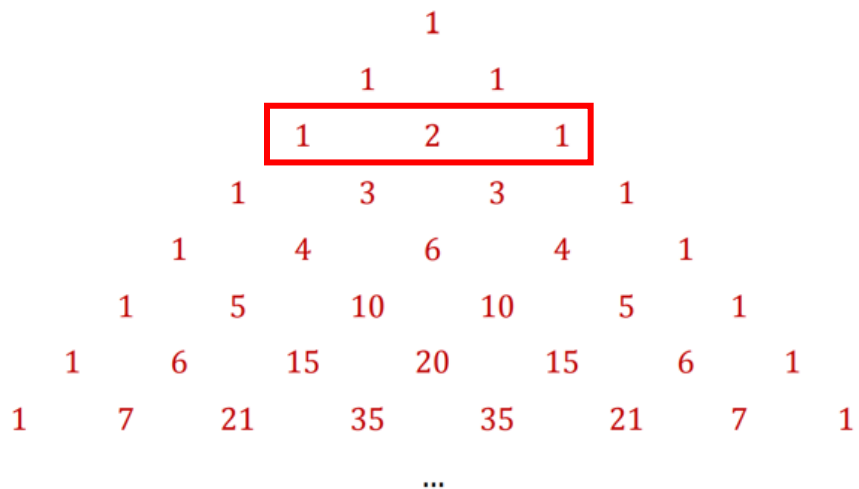
---

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

### SKUPINA 3

#### RAZISKUJ VRSTICE PASCALOVEGA TRIKOTNIKA

Naloga: opazuj vrstice Pascalovega trikotnika. Izvajaj računske operacije med števili v posamezni vrstici. Posebej se osredotoči na operacijo seštevanje ter poskušaj ugotoviti vzorec. Raziskuj povezanost števil v vrstici Pascalovega trikotnika s potencami števila 11 in 2.



Zapiši, kako si razmišljal(a) in kaj si ugotovil(a).

---

---

---

---

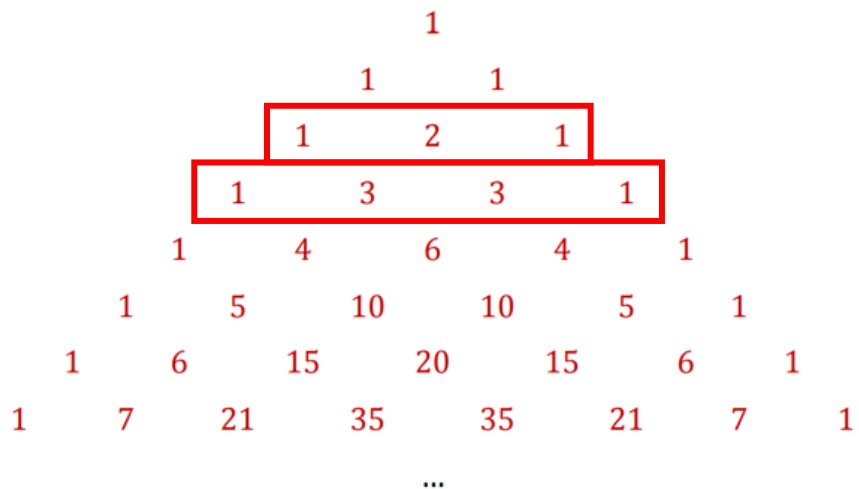
---

$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

### SKUPINA 3

#### RAZISKUJ VRSTICE PASCALOVEGA TRIKOTNIKA

Naloga: opazuj vrstice Pascalovega trikotnika. Izvajaj računske operacije med števili v posamezni vrstici. Posebej se osredotoči na operacijo seštevanje ter poskušaj ugotoviti vzorec. Raziskuj povezanost števil v vrstici Pascalovega trikotnika s potencami števila 11 in 2.



Zapiši, kako si razmišljal(a) in kaj si ugotovil(a).

---

---

---

---

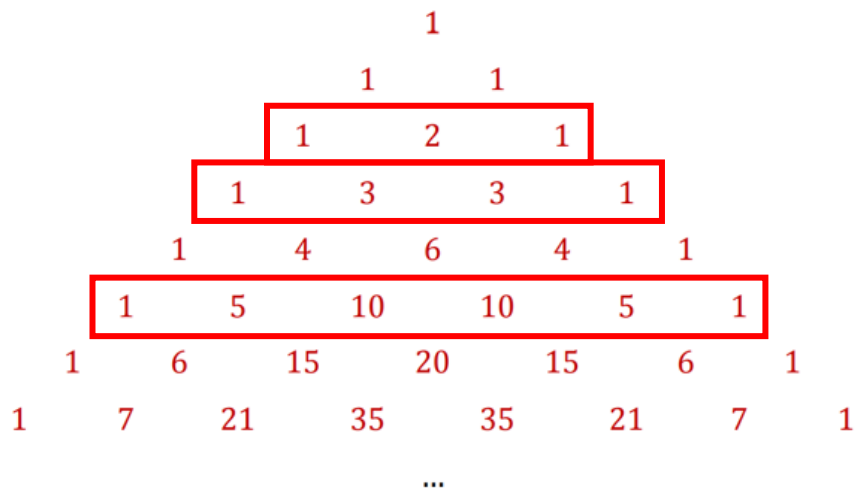
$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

### SKUPINA 3

#### RAZISKUJ VRSTICE PASCALOVEGA TRIKOTNIKA

Naloga: opazuj vrstice Pascalovega trikotnika. Izvajaj računske operacije med števili v posamezni vrstici. Posebej se osredotoči na operacijo seštevanje ter poskušaj ugotoviti vzorec. Raziskuj povezanost števil v vrstici Pascalovega trikotnika s potencami števila 11 in 2.



Zapiši, kako si razmišljal(a) in kaj si ugotovil(a).

---

---

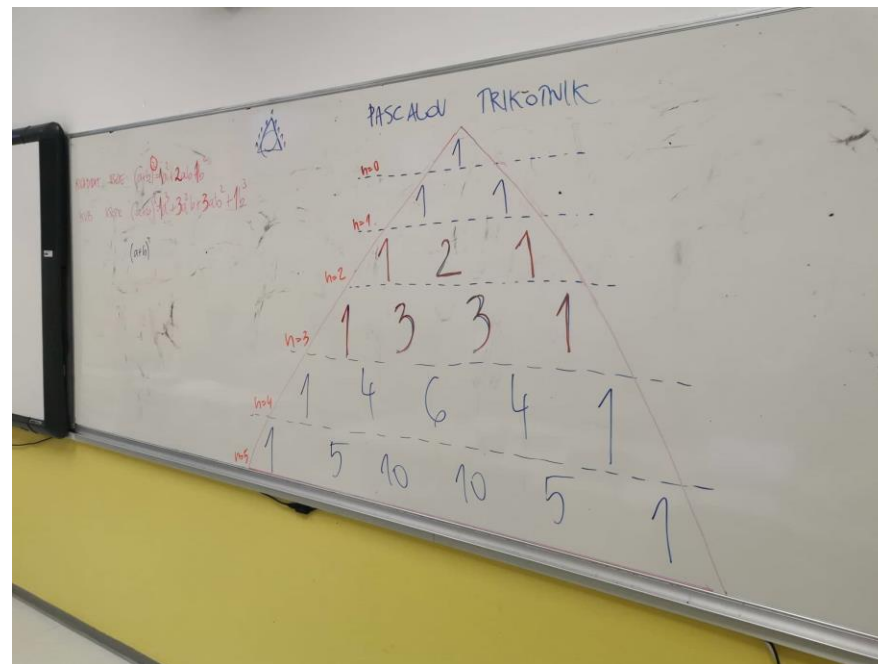
---

---

---

$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$



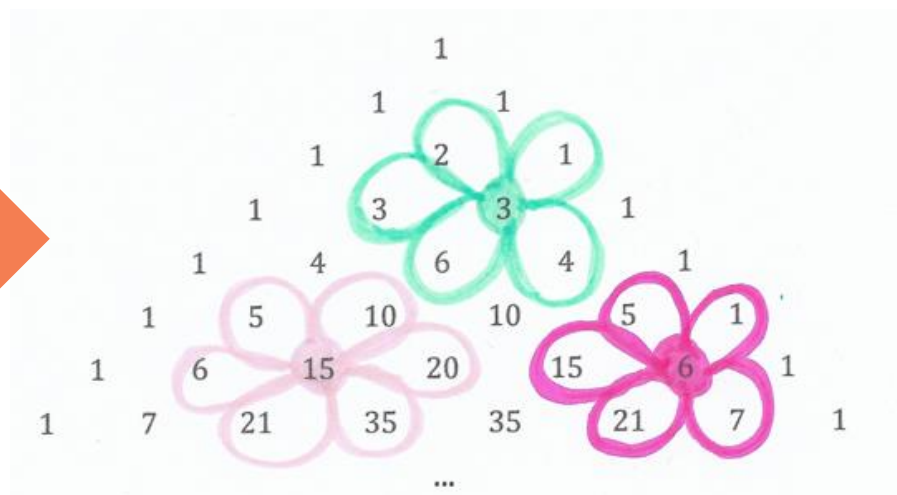
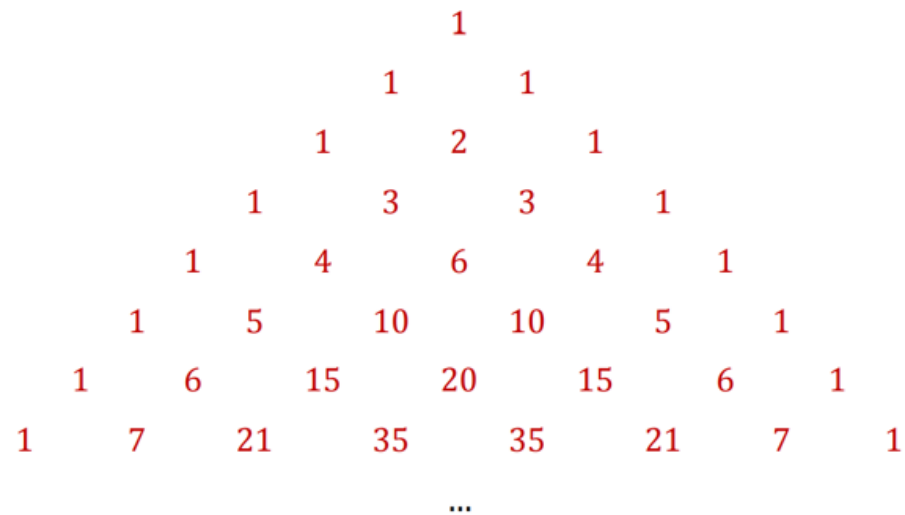
Vir: lasten.

$$(a + b)^5 = 1a^5b^0 + 5a^4b^1 + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5a^1b^4 + 1a^0b^5$$

#### SKUPINA 4

#### RAZISKUJ PASCALOVE CVETOVE

Naloga: v Pascalovem trikotniku si izberi število, ki je različno od 1. Koliko števil obdaja vsako število? Izvajaj računsko operacijo množenje med posameznimi števili, ki tvorijo Pascalov cvet ter preiskuj, kaj nam to število predstavlja.



#### Ugotovitve dijakov:

Za število 3 v vrstici  $n = 3$  velja:

$$2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 4 = 144 = 12^2$$

Za število 15 v vrstici  $n = 6$  velja:

$$5 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 35 = 4410000 = 2100^2$$

Za število 6 v vrstici  $n = 6$  velja:

$$5 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 21 \cdot 15 = 11025 = 105^2$$

Zapiši, kako si razmišljal(a) in kaj si ugotovil(a).

---



---



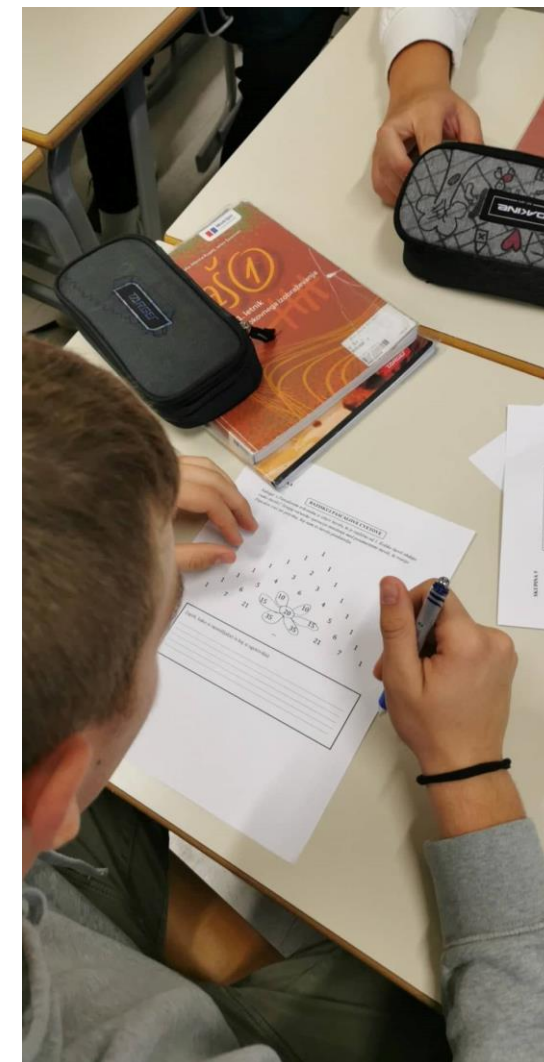
---



---



---

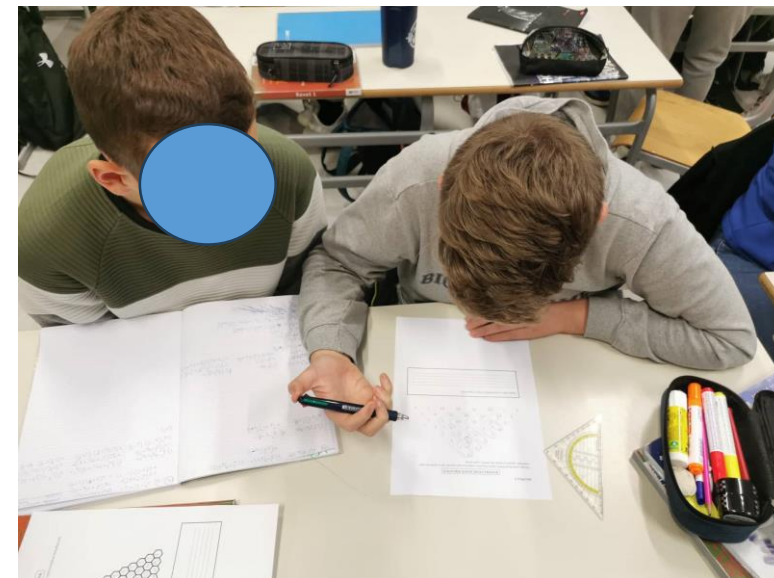
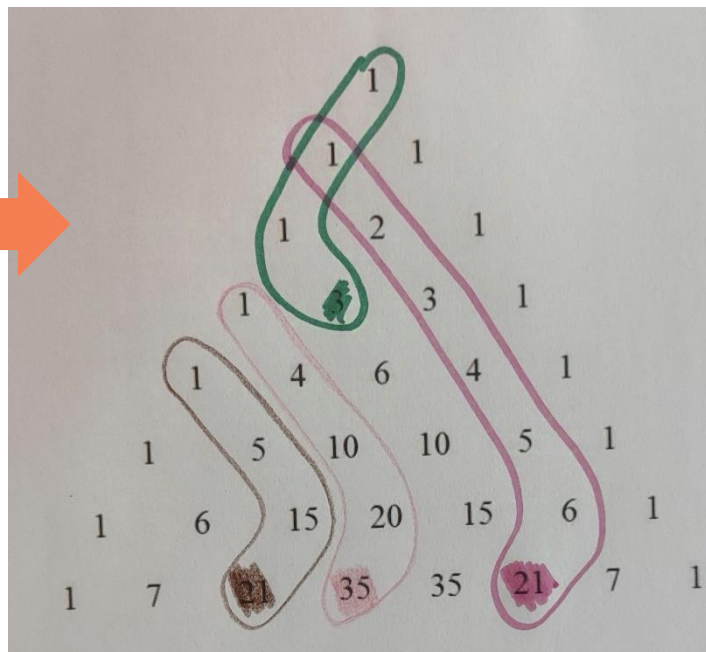
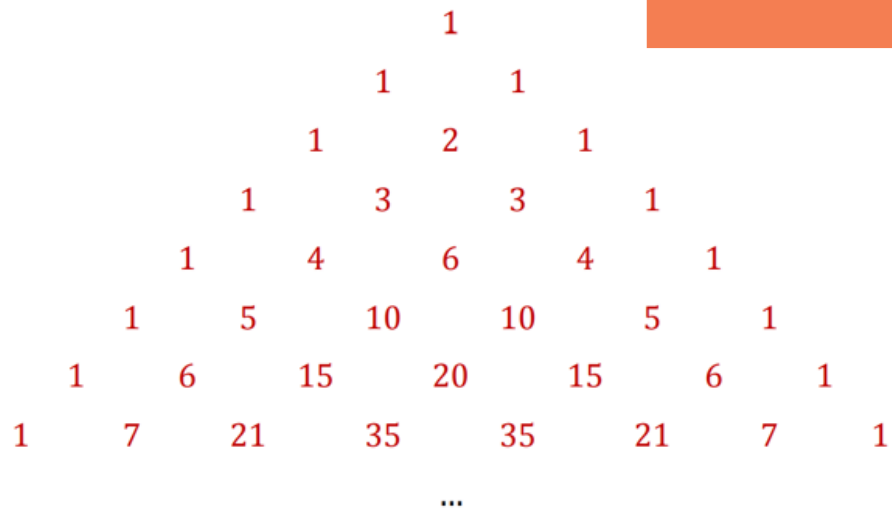


Vir: lasten.

SKUPINA 5

**RAZISKUJ PASCALOVE NOGAVICE**

Naloga: raziskuj poljubno dolge Pascalove nogavice (njen zgornji del se začne na robu trikotnika, stopalo je dolgo dve števili, s peto vred).



Vir: lasten.

Zapiši, kako si razmišljal(a) in kaj si ugotovil(a).

---



---



---

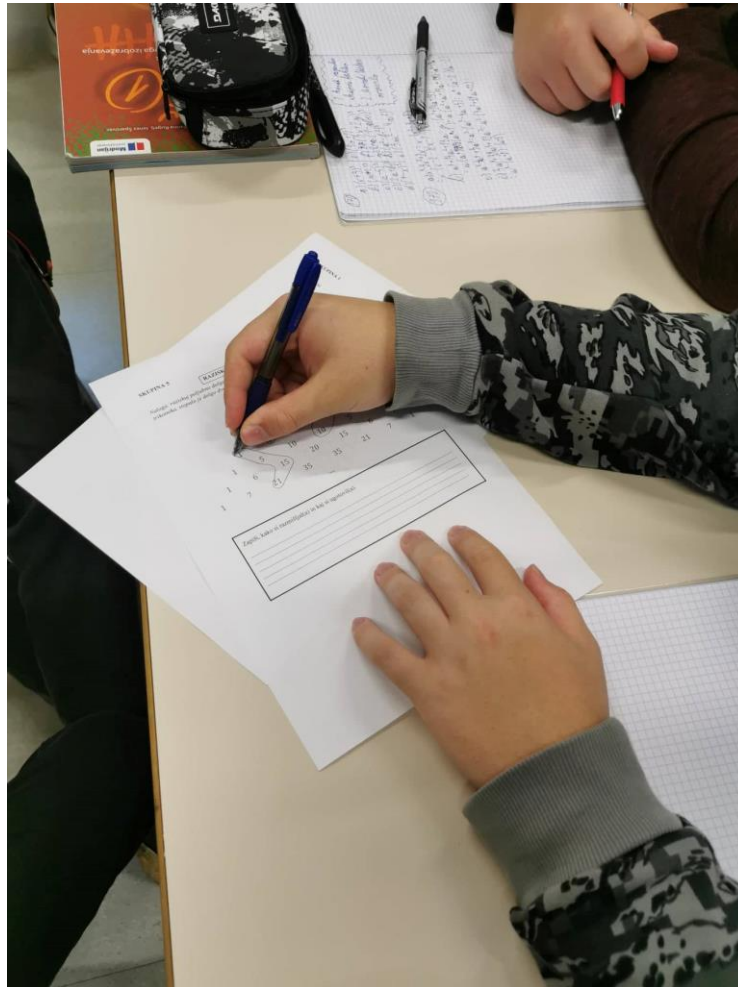


---

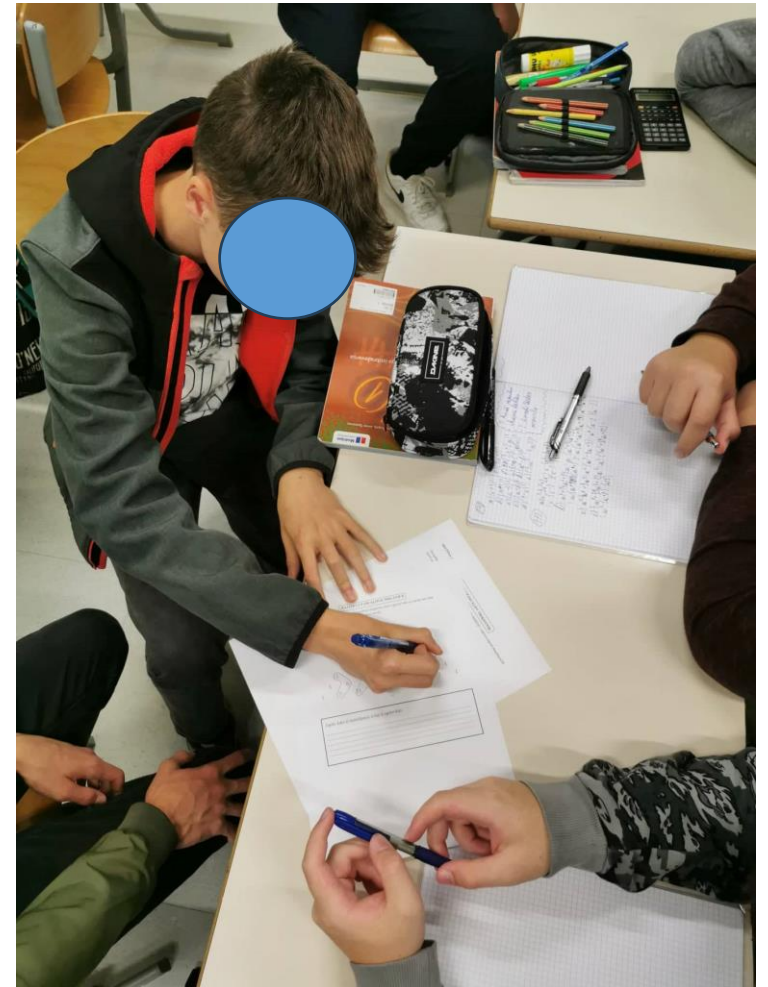
Barva nogavice	Vsota števil znotraj izbrane nogavice
zelena	$1 + 1 + 1 = 3$
svetlo vijolična	$1 + 4 + 10 + 20 = 35$
temno vijolična	$2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$
rjava	$1 + 5 + 15 = 21$



Vir: lasten.



Vir: lasten.



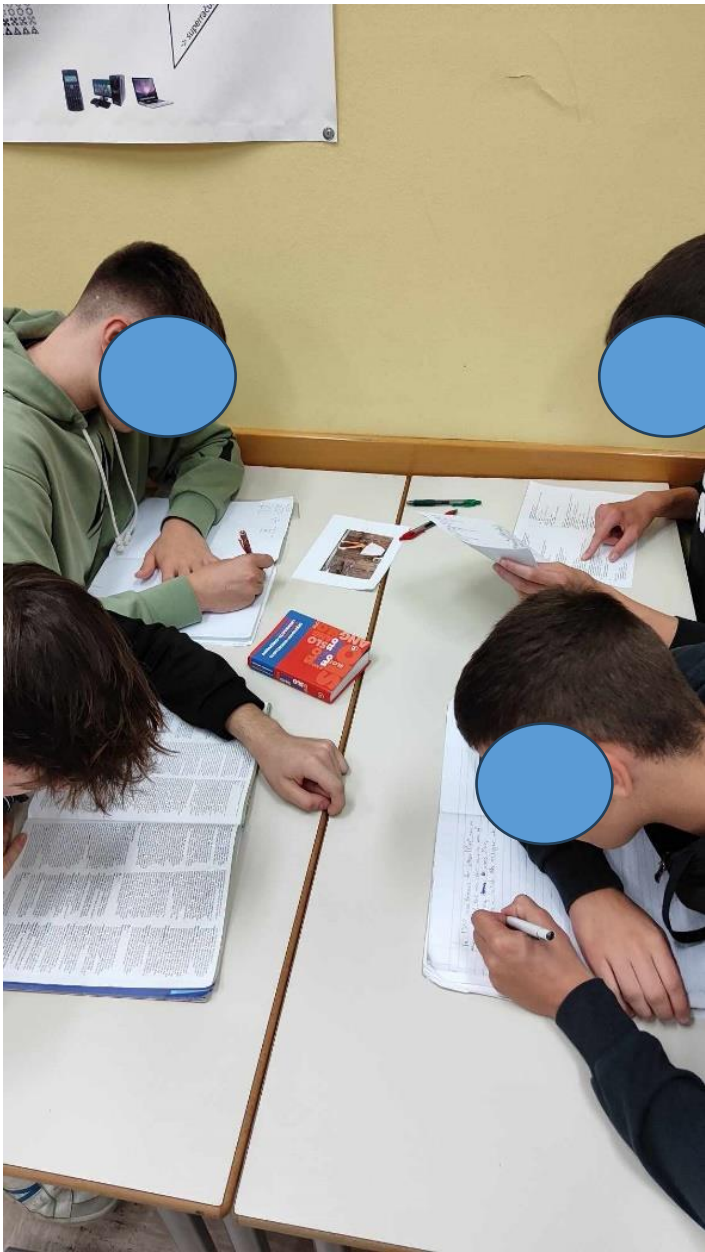
Vir: lasten.



Primer 2:

# Ko Eulerjeva enačba postane dijakova motivacija (medpredmetno povezovanje)





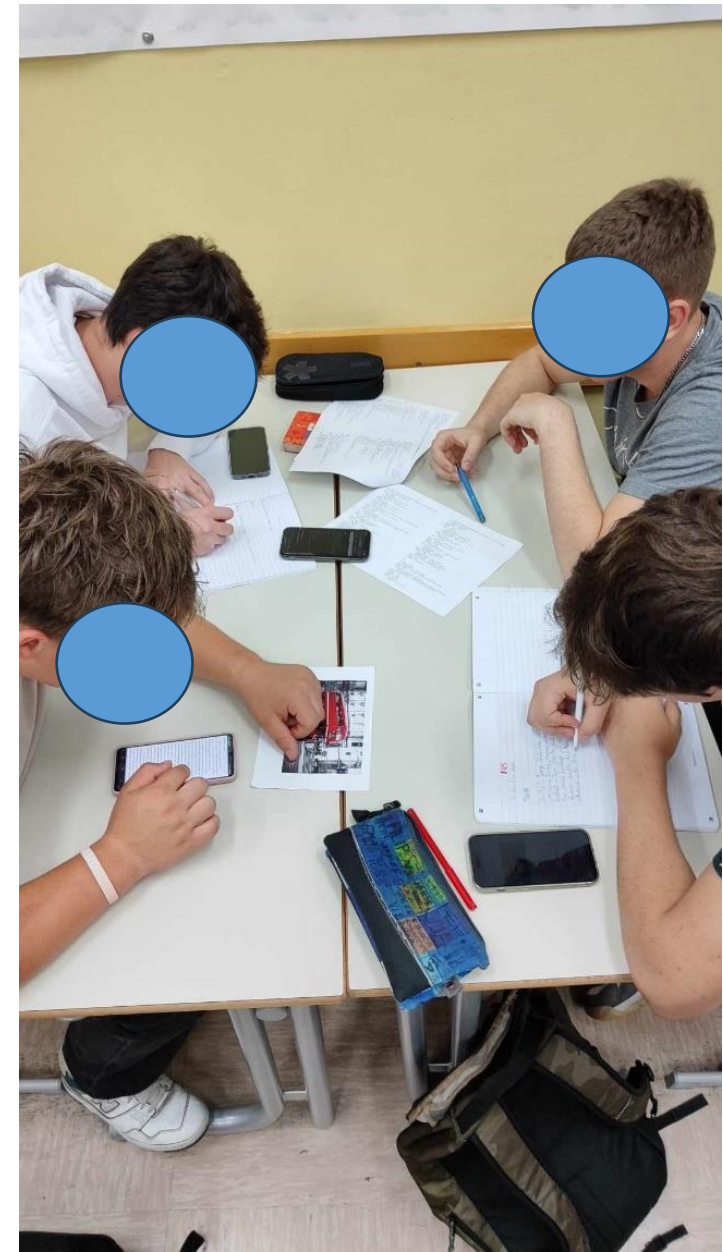
Vir: lasten.



Vir: Jana Jović, prof.



Vir: Jana Jović, prof.



Vir: lasten.







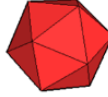
# S poliedri do novih spoznanj



## PREISKOVANJE POLIEDROV

## SKUPINA 1

**Navodila:** Sestavi poliedre na sliki. Preštej število oglišč, robov in mejnih ploskev ter izpolni preglednico.

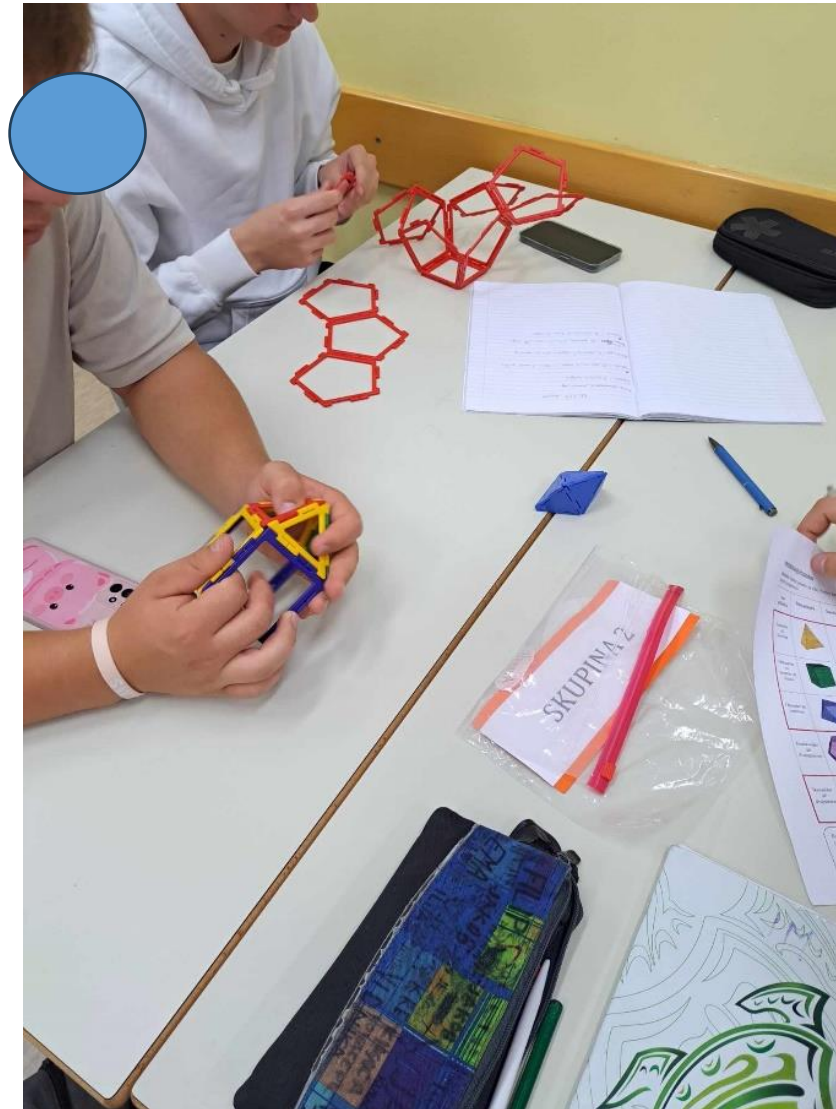
Ime poliedra	Slika poliedra	Število oglišč	Število robov	Število ploskev
		O	R	P
Tetraeder ali četvrec				
Heksaeder ali šesterec ali kocka				
Oktaeder ali osmerek				
Dodekaeder ali dvanajsterec				
Ikozaeder ali dvajseterec				

Razišči, ali obstaja povezava med številom oglišč, robov ter mejnih ploskev poliedra. Ugotovitve zapiši.

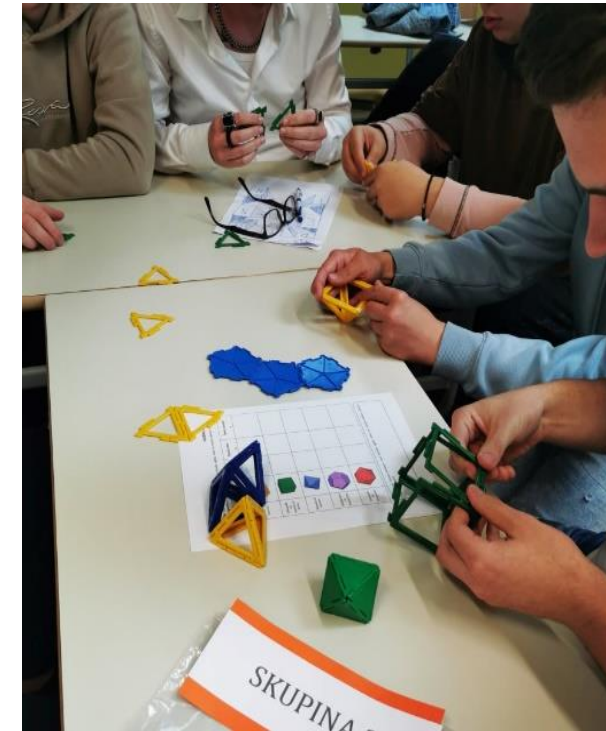
Vir: lasten.



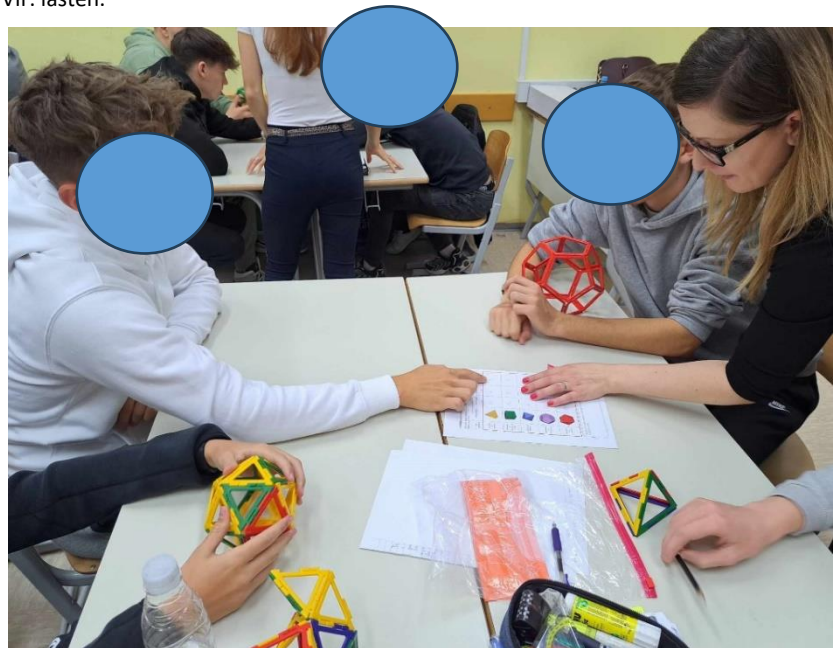
Vir: lasten.



Vir: lasten.



Vir: lasten.



Vir: lasten.





Vir: lasten.



Vir: lasten.



Vir: lasten.




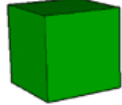



Vir: lasten.



**PREISKOVANJE POLIEDROV**

**SKUPINA 1**

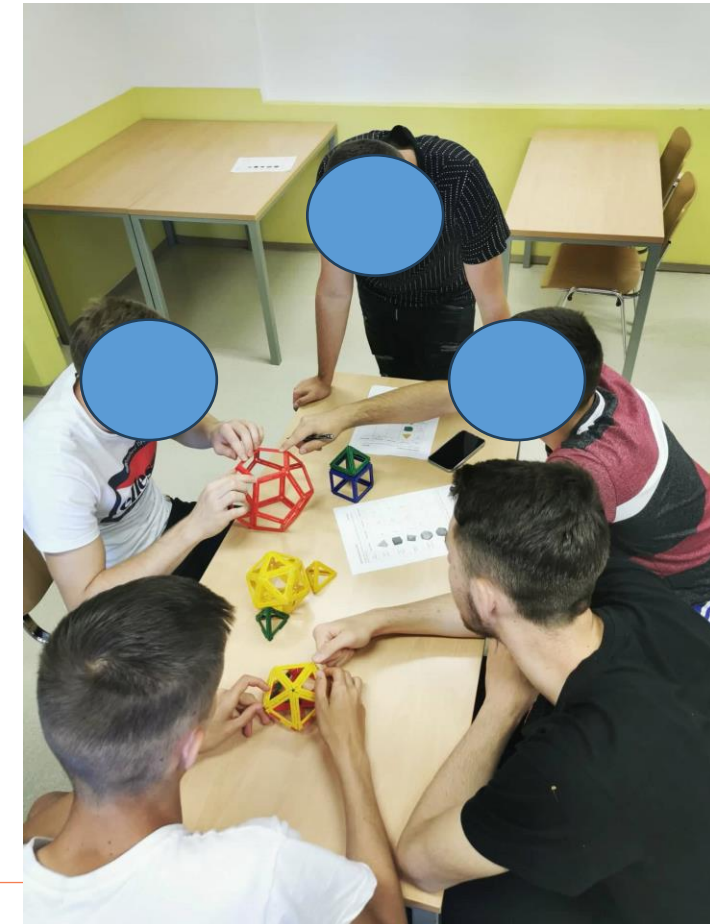
**Navodila:** Sestavi poliedre na sliki. Preštej število oglišč, robov in mejnih ploskev ter izpolni preglednico.

Ime poliedra	Slika poliedra	Število oglišč	Število robov	Število ploskev
		O	R	P
Tetraeder ali četverec				
Heksaeder ali šesterec ali kocka				
Oktaeder ali osmerek				
Dodekaeder ali dvanajsterec				
Ikozaeder ali dvajseterec				

Razišči, ali obstaja povezava med številom oglišč, robov ter mejnih ploskev poliedra. Ugotovitve zapiši.



Vir: lasten.





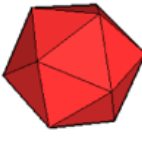


Vir: lasten.

**PREISKOVANJE POLIEDROV**

**SKUPINA 1**

**Navodila:** Sestavi poliedre na sliki. Preštej število oglišč, robov in mejnih ploskev ter izpolni preglednico.


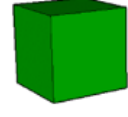


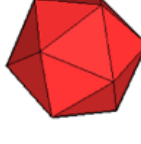
Ime poliedra	Slika poliedra	Število oglišč O	Število robov R	Število ploskev P
Tetraeder ali četverec				
Heksaeder ali šesterec ali kocka				
Oktaeder ali osmerek				
Dodekaeder ali dvanajsterec				
Ikozaeder ali dvajseterec				

Razišči, ali obstaja povezava med številom oglišč, robov ter mejnih ploskev poliedra. Ugotovitve zapiši.

**PREISKOVANJE POLIEDROV**

**SKUPINA 1**

**Navodila:** Sestavi poliedre na sliki. Preštej število oglišč, robov in mejnih ploskev ter izpolni preglednico.

Ime poliedra	Slika poliedra	Število oglišč O	Število robov R	Število ploskev P
Tetraeder ali četverec		4	6	4
Heksaeder ali šesterec ali kocka		8	12	6
Oktaeder ali osmerek		6	12	8
Dodekaeder ali dvanajsterec		20	30	12
Ikozaeder ali dvajseterec		12	30	20


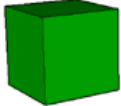


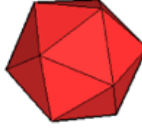
Razišči, ali obstaja povezava med številom oglišč, robov ter mejnih ploskev poliedra. Ugotovitve zapiši.



**PREISKOVANJE POLIEDROV**

**SKUPINA 1**

**Navodila:** Sestavi poliedre na sliki. Preštej število oglišč, robov in mejnih ploskev ter izpolni preglednico.

Ime poliedra	Slika poliedra	Število oglišč	Število robov	Število ploskev
		O	R	P
Tetraeder ali četvrec		4	6	4
Heksaeder ali šesterec ali kocka		8	12	6
Oktaeder ali osmerek		6	12	8
Dodekaeder ali dvanajsterec		20	30	12
Ikozaeder ali dvajseterec		12	30	20

Razišči, ali obstaja povezava med številom oglišč, robov ter mejnih ploskev poliedra. Ugotovitve zapiši.


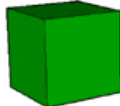


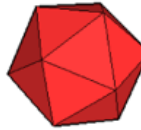


Vir: lasten.

**PREISKOVANJE POLIEDROV**

**SKUPINA 1**

**Navodila:** Sestavi poliedre na sliki. Preštej število oglišč, robov in mejnih ploskev ter izpolni preglednico.

Ime poliedra	Slika poliedra	Število oglišč	Število robov	Število ploskev
		O	R	P
Tetraeder ali četvrec		4	6	4
Heksaeder ali šesterec ali kocka		8	12	6
Oktaeder ali osmerek		6	12	8
Dodekaeder ali dvanajsterec		20	30	12
Ikozaeder ali dvajseterec		12	30	20

$$4 - 6 + 4 = 2$$

$$8 - 12 + 6 = 2$$

$$6 - 12 + 8 = 2$$

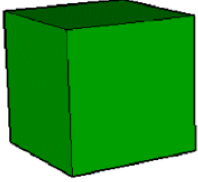
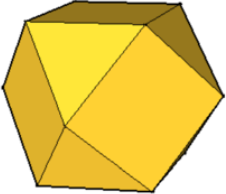
$$20 - 30 + 12 = 2$$

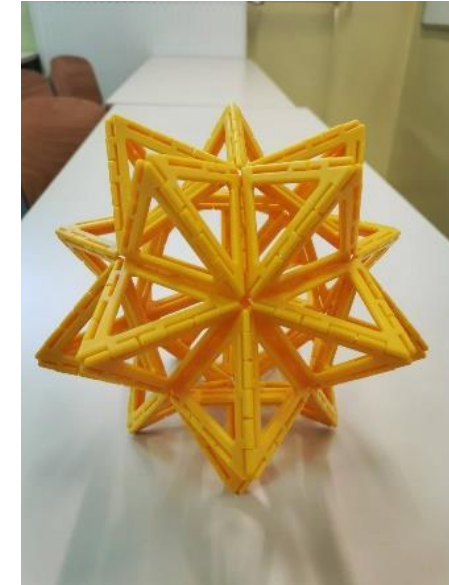
$$12 - 30 + 20 = 2$$

Razišči, ali obstaja povezava med številom oglišč, robov ter mejnih ploskev poliedra. Ugotovitve zapiši.



## Nadarjeni dijaki: raziskujejo konfiguracijo oglišč

	Slika telesa	Konfiguracija oglišča-simbolni zapis	Opis konfiguracije oglišč
Kocka		4.4.4	Zapis 4.4.4. pomeni, da se v vsakem oglišču stikajo trije pravilni mnogokotniki.
Kockin osmerek		3.4.3.4	Zapis 3.4.3.4. pomeni, da se v vsakem oglišču stikajo štirje pravilni mnogokotniki v zaporedju: enakostranični trikotnik, kvadrat, enakostranični trikotnik, kvadrat.



Vir: lasten.

- Zaključek učne ure: **evalvacija, Kahoot!, Padlet.**



Primer 3:

# Z igro domine in spomin po poti (spo)znanja

# Domine pri pouku matematike



Vir: lasten.



Vir: lasten.

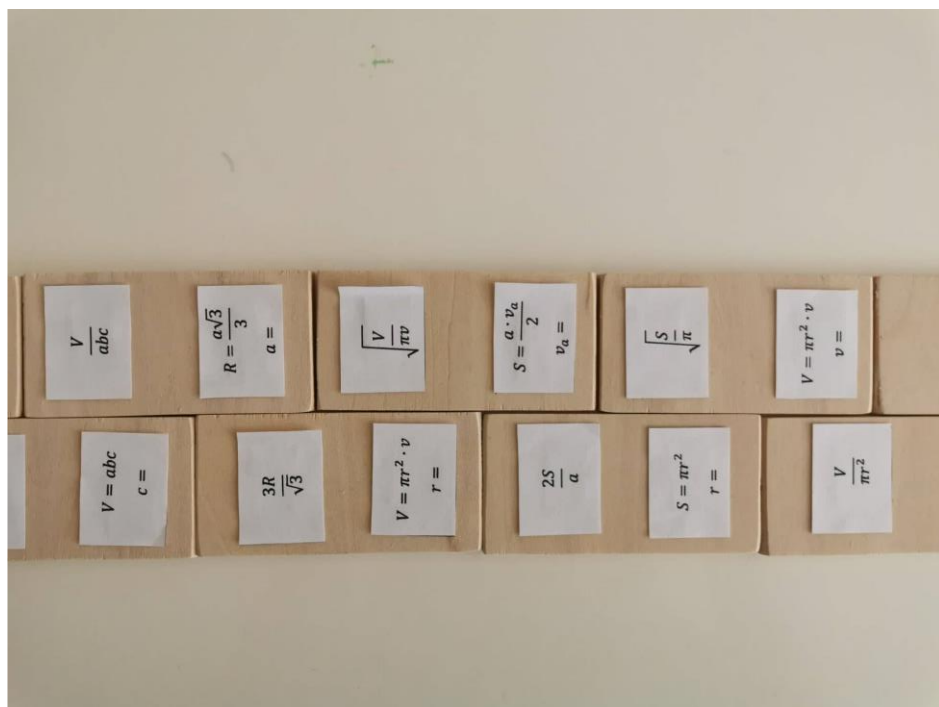
- Igra s pravili,
- dijaki imajo na razpolago 28 domin,
- maksimalno število dijakov v skupini je 4 (boljše povezovanje, sodelovanje ter reševanje),
- bel list papirja (potek izpeljave, kjer je postopek daljši).

# Domine pri pouku matematike

## POTEK UČNE URE

### Formule vsebujejo poznavanje:

- ploščine poljubnega trikotnika,
- polmer trikotniku očrtanega in včrtanega kroga,
- ploščine štirikotnikov,
- dolžino krožnega loka,
- višino enakostraničnega trikotnika,
- ploščino krožnega izseka, površine in prostornine geometrijskih teles,
- sinusnega in kosinusnega izreka,
- adicijske izreke,
- aritmetično in geometrijsko zaporedje,
- navadno in obrestno obrestovanje.

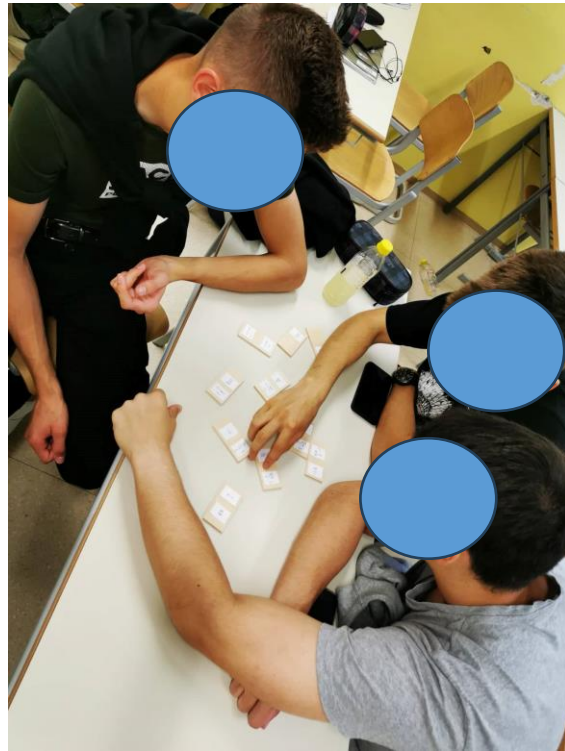


Vir: lasten.

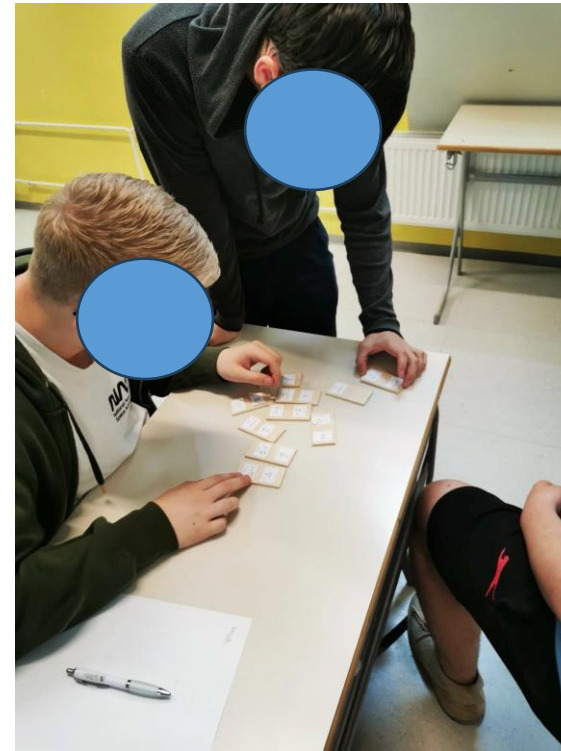


Vir: lasten.

# Domine pri pouku matematike

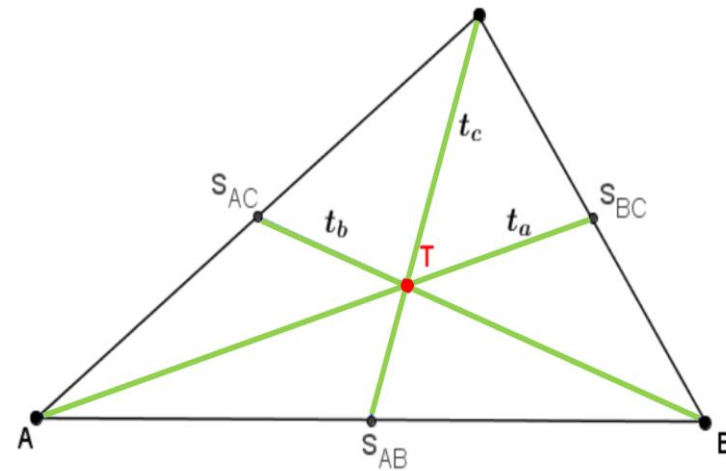
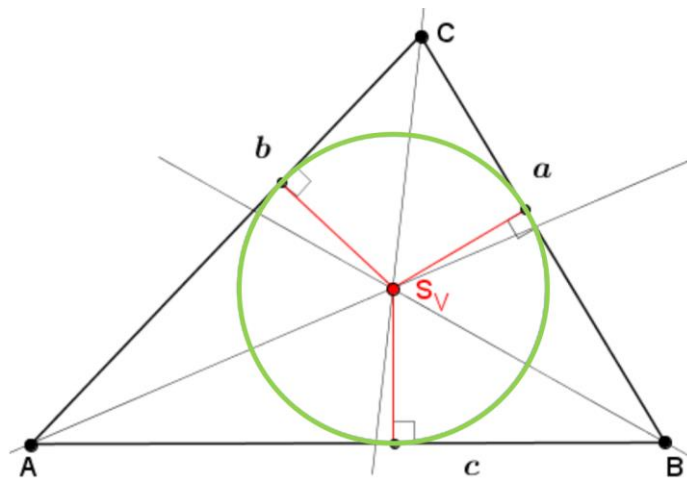
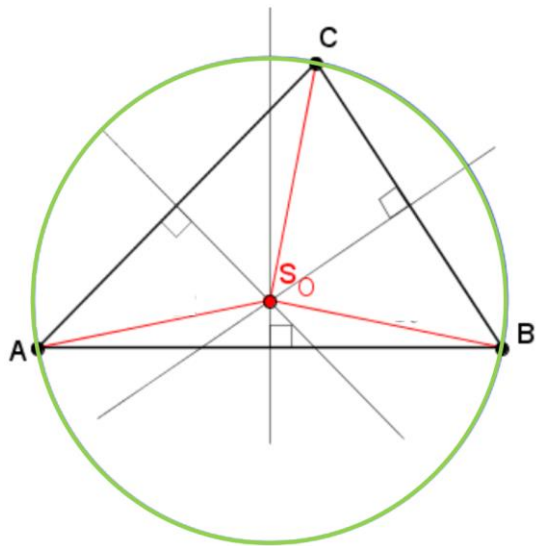


Vir: lasten.



Vir: lasten.

**Nadarjeni dijaki:** raziskujejo s pomočjo dinamične geometrije (Eulerjevo premico).



# Didaktična igra spomin na lesenih ploščicah



Vir : lasten.



Vir : lasten.



Vir : lasten.



Vir : lasten.

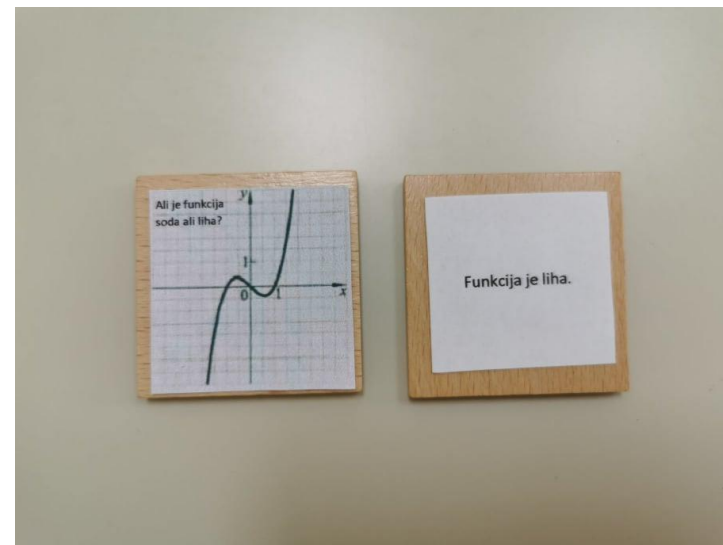


Vir : lasten.





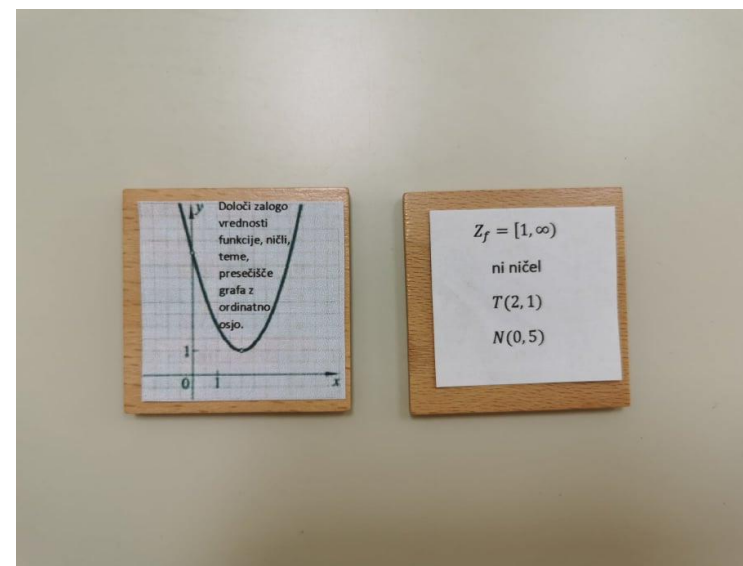
Vir: lasten.



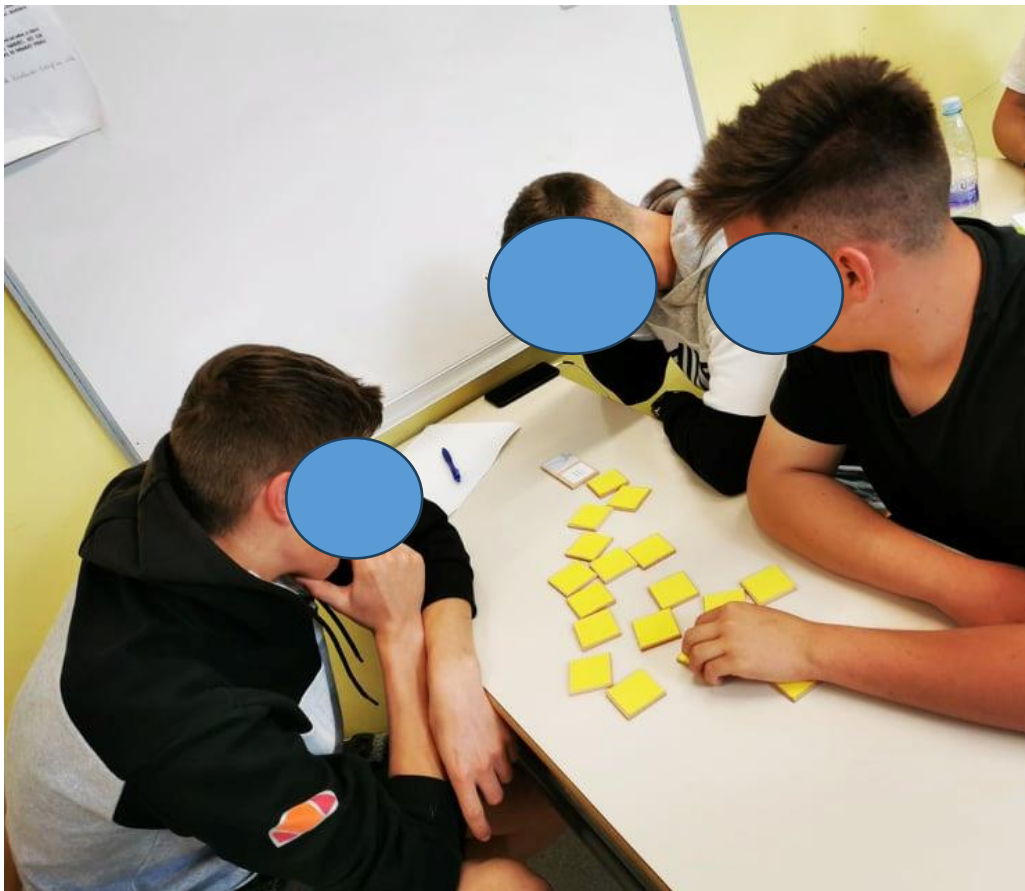
Vir: lasten.



Vir: lasten.



Vir: lasten.



Vir: lasten.



Vir: lasten.





**Nadarjeni dijaki:** raziskujejo simbol za McDonald's.



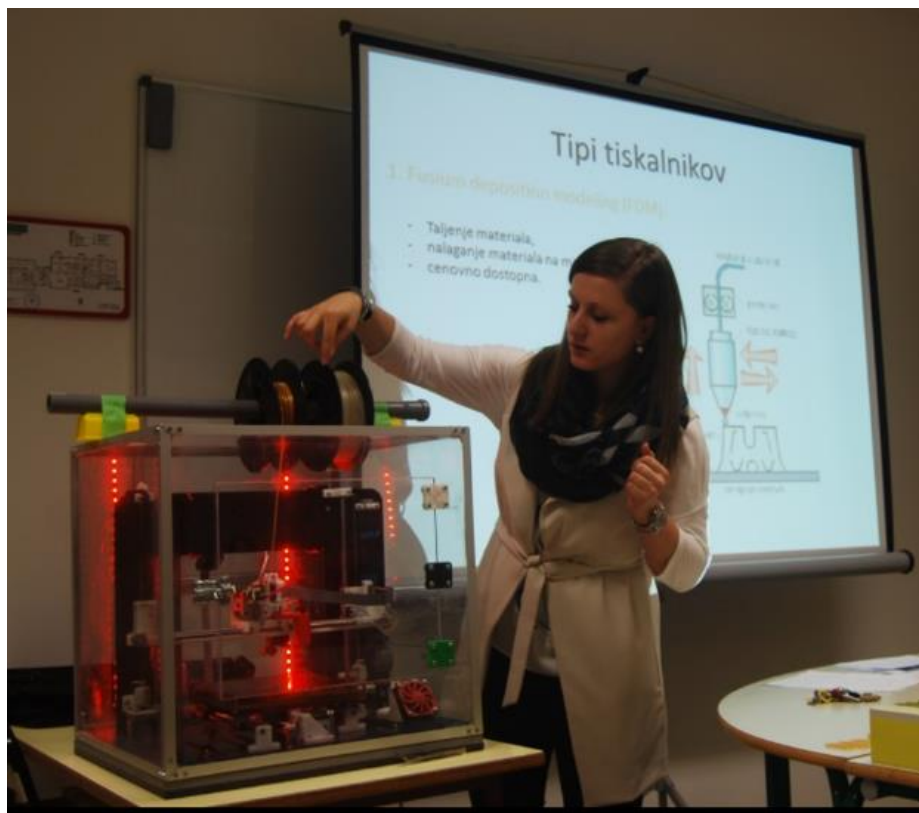
**Raziskujejo kvadratno enačbo, predpis kvadratne enačbe...**

Vir: lasten.

Primer 4:

# Kaj imata skupnega matematika in OpenSCAD?

# Vpeljava 3D tiska v pouk matematike



Vir: lasten.

## OpenSCAD

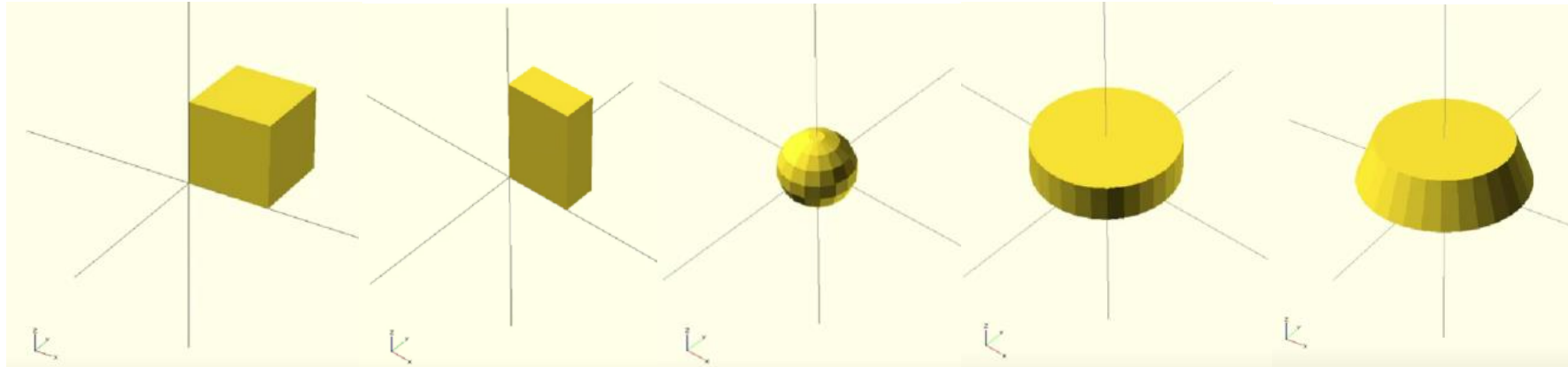
- Brezplačna programska aplikacija za ustvarjanje trdnih 3D računalniško podprtih objektov,
- programski jezik C++.

### Vedoželjni in nadarjeni dijaki:

- sodelujejo pri izdelavi 3D tiskalnika,
- kritično razmišljajo o največjih možnih dimenzijah izdelka,
- ugotavljajo o primerni gostoti zapolnitve modela.

# OpenSCAD

*Geometrijska telesa (od leve proti desni): kocka, kvader, krogla, valj in presekani stožec.*

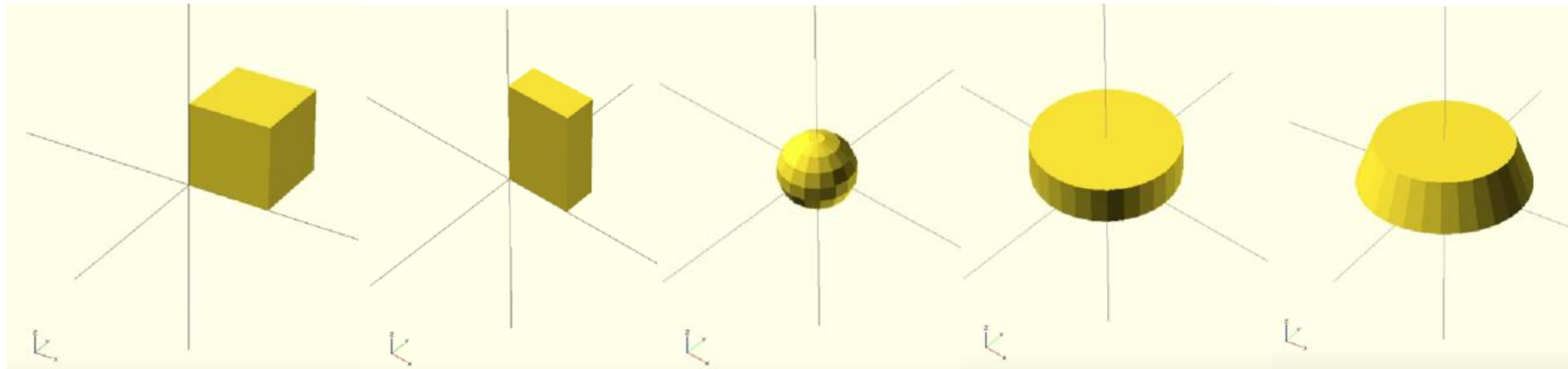


Vir: lasten.

- Dijaki so najprej narisali vsa geometrijska telesa, ki jih prikazujejo zgornje slike.
- Vsa ostala geometrijska telesa dobimo z matematičnimi operacijami nad že poznanimi geometrijskimi telesi.
- Dijaki računajo prostornino in površino narisanih geometrijskih teles.

# OpenSCAD

*Geometrijska telesa (od leve proti desni): kocka, kvader, krogla, valj in prisekani stožec.*



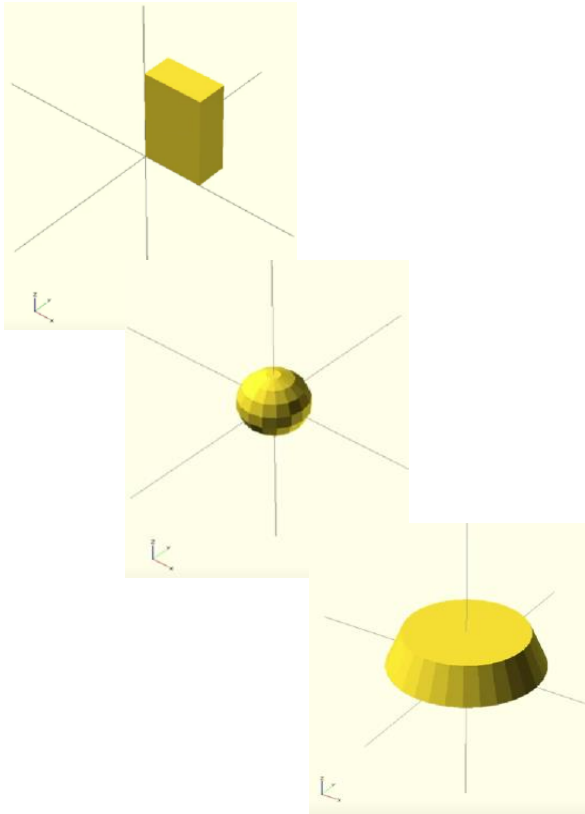
Vir: lasten.

- Dijaki so najprej narisali vsa geometrijska telesa, ki jih prikazujejo zgornje slike.
- Vsa ostala geometrijska telesa dobimo z matematičnimi operacijami nad že poznanimi geometrijskimi telesi.
- Dijaki računajo prostornino in površino narisanih geometrijskih teles.

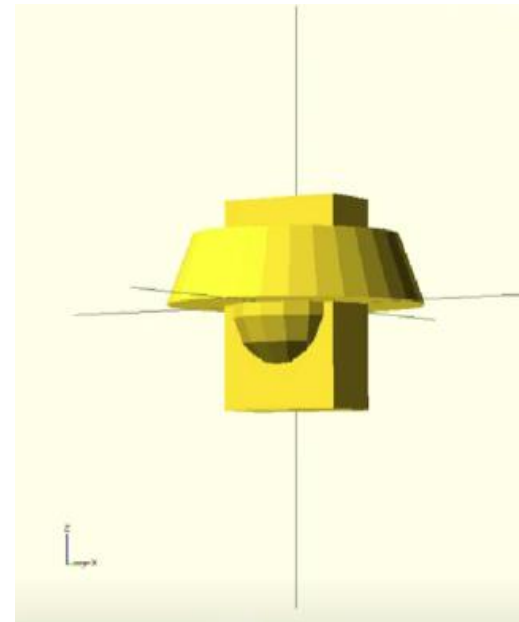
- **UNIJA**
- **PRESEK**
- **RAZLIKA**

# OpenSCAD

**Nadarjeni dijaki:** raziskujejo matematični pojem *unija* med kvadrom, kroglo in prisekanim stožcem.



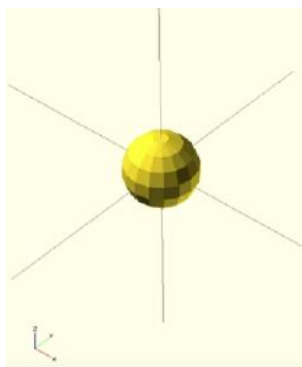
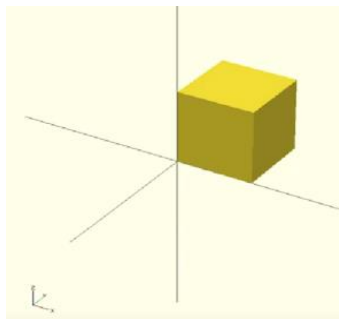
Vir: lasten.



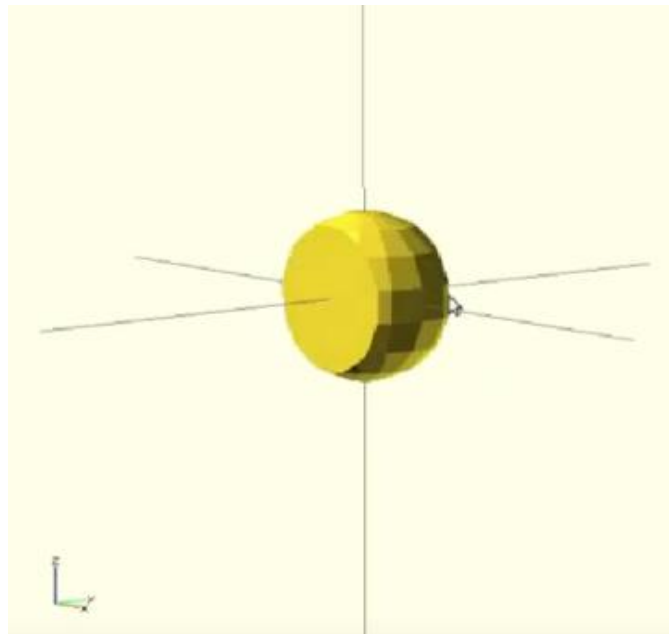
Vir: lasten.

# OpenSCAD

**Nadarjeni dijaki:** raziskujejo matematični pojem *preseka* med kocko in kroglo.



Vir: lasten.

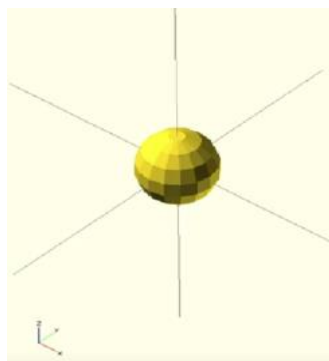
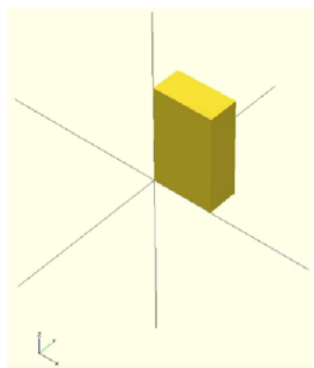


Vir: lasten.

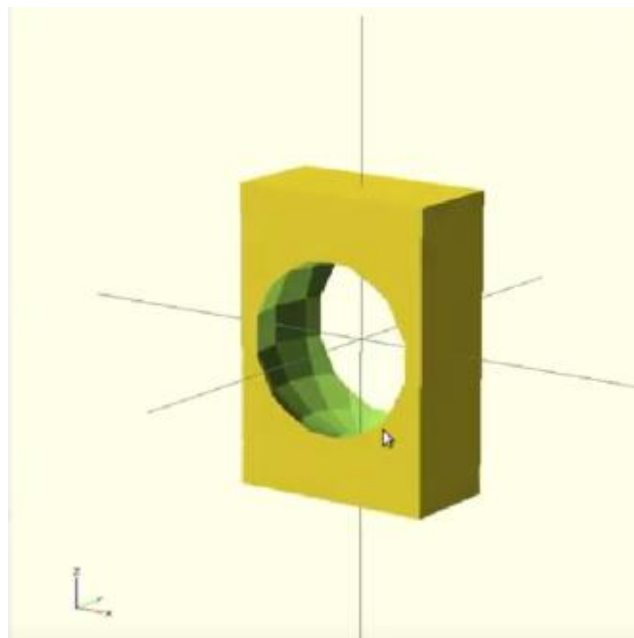


# OpenSCAD

**Nadarjeni dijaki:** narišejo geometrijsko telo, ki nastane ob upoštevanju **razlike** med kvadrom in kroglo.



Vir: lasten.



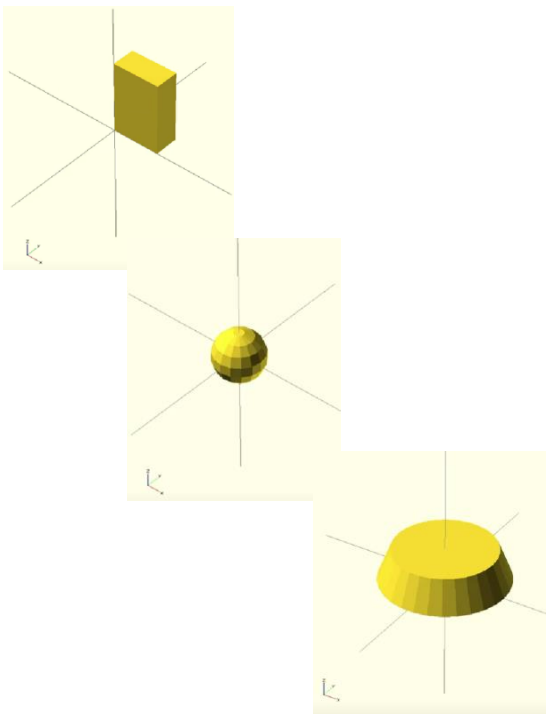
Vir: lasten.



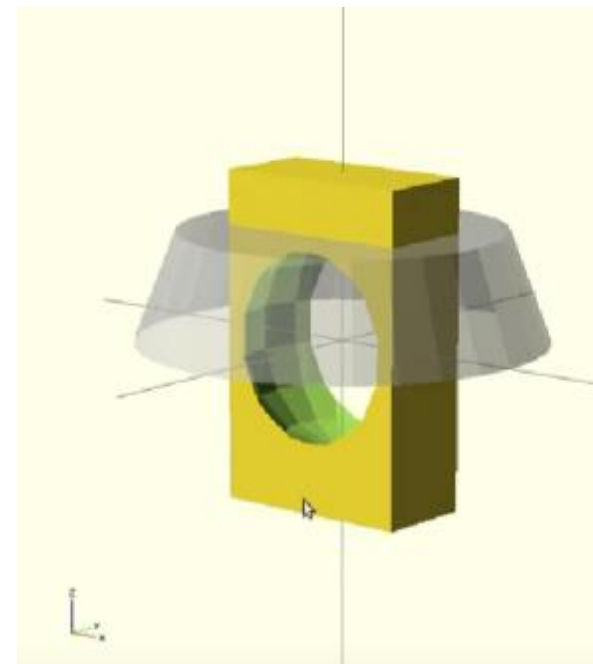
# OpenSCAD

**Nadarjeni dijaki:** izvajajo računske operacije nad kvadrom, kroglo in prisekanim stožcem.

Ukvarjajo se z geometrijskim telesom, ki predstavlja **razliko** med kvadrom in kroglo ter še **ne odštetim prisekanim stožcem**.



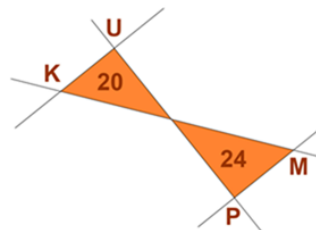
Vir: lasten.



Vir: lasten.

# Hvala za Vašo pozornost.

6. konferenca o učenju  
in poučevanju matematike  
KUPM 2024



ZRSŠ  
ZAVOD  
REPUBLIKE SLOVENIJE  
ZA ŠOLSTVO



REPUBLIKA SLOVENIJA  
MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE

I FEEL  
SLOVENIA



Sofinancira  
Evropska unija