

## Pot, hitrost in pospešek

Za intuitivno ponazoritev analize gibanja bomo uporabil gibanje po premici (v eni dimenziji, torej brez zavijanja). V ta namen si lahko predstavljamo neodločnega fanta, ki se po premici napoti k svoji izbranki, gre mimo nje, si premisli in gre nazaj ... Radi bi vedeli, kje je bil fant ob določenem času.

Naj bo premica, po kateri se giblje fant, predstavljena z realno osjo in naj bo njegova izbranka v izhodišču. Naj bo  $f(t)$  pozicija fanta na realni osi po  $t$  urah. Enota na premici naj bo 1 meter. Za modeliranje bomo uporabili polinom

$$f(t) = 1000t^6 - 12000t^5 + 59260t^4 - 153820t^3 + 220680t^2 - 165200t + 50080.$$

Tehnologija nam pomaga izračunati ničle te funkcije:  $t = 1$  je enojna ničla,  $t = 2$  je trojna ničla, dve ničli pa sta kompleksni. Odvod funkcije  $f$  ima ničle 2 (dvojna), 1'19, 2'35 in 2'46.

- a) Od funkcije  $f$  želimo, da bo na začetku fant vsaj 1 m oddaljen od svoje izbranke, po dolgo časa pa naj se ji oddaljuje (ni bil uspešen). Ali funkcija  $f$  zadošča obema zahtevama? Utemelji.
- b) Skiciraj graf funkcije  $f$  na intervalu  $t \in [1'9, 2'5]$ . Pravilno upoštevaj krajišča in ekstreme. Na  $y$ -osi izberi enoto 1 m.
- c) Skici iz prejšnje točke dodaj preostali del grafa tako, da upoštevaš še preostali ekstrem in začetno vrednost. Kako lahko to elegantno storiš, če je že začetna vrednost tako velika?
- d) Izračunaj odvod funkcije  $f$ .
- e) Ob katerih časih se fant obrne? Kdaj gre hitro mimo punce in kdaj se pri njej ustavi? Opiši gibanje fanta glede na punco.
- f) Koliko najdlje je fant v prvih treh urah? Kaj pa v prve pol ure po pogovoru (takrat, ko se je pri puncu ustavil)?
- g) Zanima nas tudi, kako hitro se fant puncu približuje oz. kako hitro se od nje oddaljuje. Spomnimo se, da je povprečna hitrost definirana kot kvocient spremembe poti s spremembo časa. Kolikšna je povprečna hitrost fanta v druge pol ure opazovanja?
- h) Zanima nas tudi hitrost fanta ob prvem srečanju s punco. Približek te hitrosti bo povprečna hitrost fanta v časovnem intervalu med 1 in  $1+h$  urami, kjer si za  $h$  predstavljamo zelo majhno število ur, recimo  $10^{-10}$  ur. Natančneje, hitrost v času 1 ura bo limita povprečne hitrosti, ko gre  $h$  proti 0. Zapiši to limito! Čemu je enaka? Uporabi to dejstvo, da poračunaš hitrost fanta ob prvem srečanju s punco.
- i) Kaj je pomen odvoda funkcije  $f$ ? Kdaj je fant miroval?
- j) S kolikšno hitrostjo se je fant na začetku približeval puncu? Katero prevozno sredstvo je uporabljal?
- k) Izračunaj drugi odvod funkcije  $f$ , to je odvod hitrosti. Katera znana količina je to? Tehnologija nam pove, da so ničle drugega odvoda 2, 1'38, 2'20 in 2'41.
- l) Nariši graf funkcije  $f'(t)$ . Kolikšna je bila največja hitrost fanta v prve pol ure po pogovoru in kdaj?
- m) Kolikšen je bil pospešek fanta na začetku in kolikšen ob prvem srečanju s punco?
- n) Oцени, v katerem časovnem intervalu je model smiseln.