

# Zakaj vprašati zakaj

?

*Silva Kmetič*

*silva.kmetic@guest.arnes.si*

# Koraki

- Šolska vloga dokaza
- Primer(a)
- Reševanje
- Umestitev dejavnosti v pouk in izmenjava stališča o različnih pristopih
- Delo z **zaprtimi** problemi, **odprto** raziskovanje ali **vodeno** raziskovanje.

# Zakaj...

# Zato, ker ...

- En vir raziskovalnih situacij ponujajo 'razlagalni' dokazi.
- Kaj je **razlagalni dokaz**?
  - To je dokaz, ki poleg svoje potrditvene funkcije odkrije povezave med vzroki in posledicami oziroma sistematizira lastnosti vključenih pojmov v izrek ali problem.

# Zakaj...

**Vedno, včasih, nikoli**

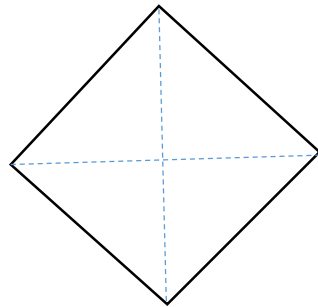
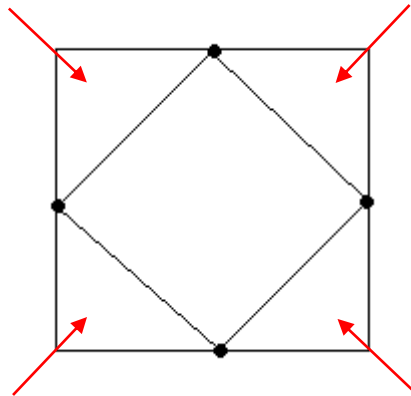
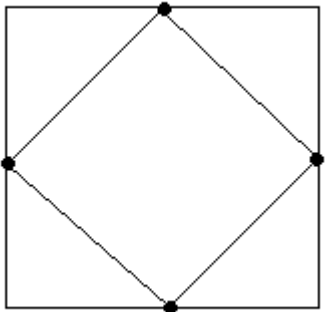
- Zakaj to deluje, zakaj je to pravilo splošno veljavno ...

Pri množenju z 2 je rezultat večje število.	Če kvadiramo liho število, je kvadrat tega števila liho število.
Večkratniki števila 5 so tudi večkratniki števila 10.	Za pravilni večkotnik je število osi simetrije enako številu stranic.
Večji je obseg lika, večja je ploščina tega lika.	Ko množiš število z 10, temu številu na koncu pripišeš števk 0.
Po operaciji odštevanja dobimo število, ki je manjše od prvega števila/zmanjševanca.	Zasuk za eno četrtno kroga v smeri urinega kazalca je enak zasuku za tri četrtnine kroga v nasprotni smeri urinega kazalca.
Večkotnik ima 4 stranice.	Sodo število, ki je večkratnik števila 3, je tudi večkratnik števila 6.

Primer dejavnosti, ki lahko koristi pri razvoju razumevanja matematičnih trditev (pravil) oziroma izrekov.

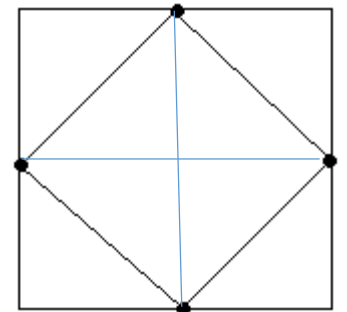
# Predformalni ali dejavnostni dokaz

- Vsota notranjih kotov je v trikotniku meri  $180^\circ$ .
  - Dokaz s prepogibanjem papirja.
- Ploščina kvadratu včrtanega kvadrata je polovica ploščine danega kvadrata.



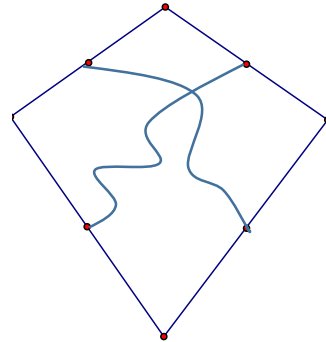
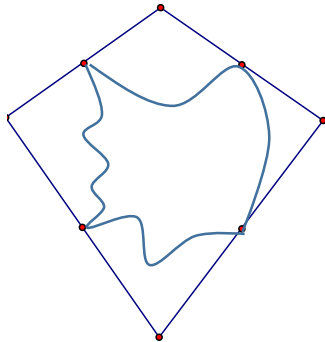
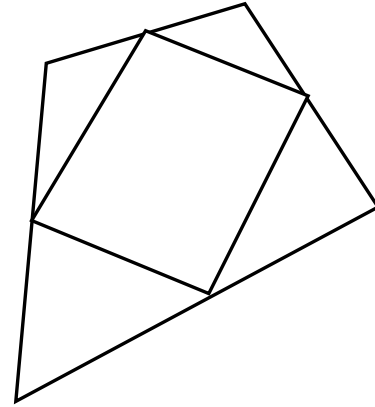
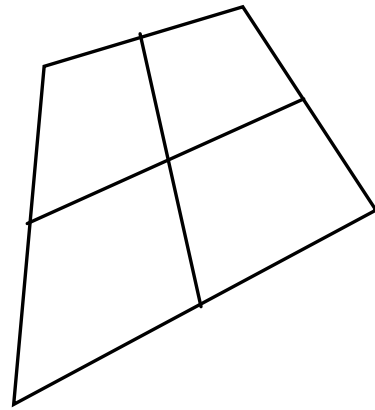
Primer dejavnosti s  
prepogibanjem kot  
dejavnostni/predformalni  
dokaz.

Nadgradnja z  
uporabo enakosti  
ploščin skladnih  
likov



## Štirikotniku včrtani lik

- Nariši poljuben konveksni štirikotnik.
- Poišči razpolovišča stranic.
- Poveži razpolovišča stranic.
- Kaj dobiš?



Katere rešitve so pogostejše?

# Natančnejša opredelitev izhodišča problema

## Štirikotniku včrtani lik

- Nariši poljuben konveksni štirikotnik.
- Poišči razpolovišča stranic.
- Poveži sosednji razpolovišči stranic z daljicami.
- Kaj dobiš?



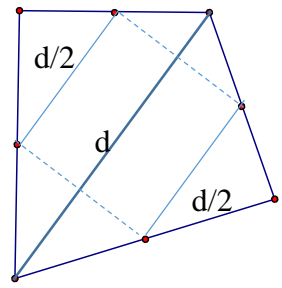
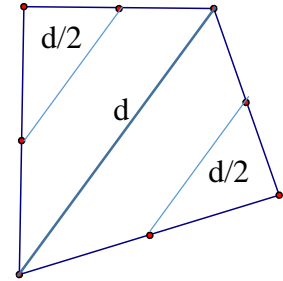
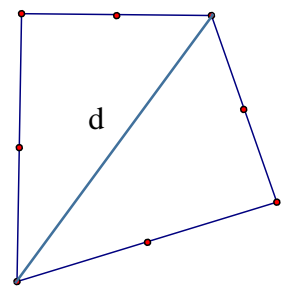
# DOKAZ

Izhodišče

Cilj

od-do

Diagonala kot  
'pomožni' objekt  
poveže pojme.



Povezava med  
ostalima  
stranicama je  
očitna. 😊

**Z diagonalo štirikotnika smo povezali vzrok s posledico.**

Včrtani srednjici nastalih trikotnikov določata včrtani paralelogram. Srednjici sta dolgi  $d/2$  in sta vzporedni isti tretji stranici - izbrani diagonali v nastalih trikotnikih.

## Reverzibilna aktivnost po dokazu za učitelja ali učenca

Kvadrat, pravokotnik in romb so posebni primeri paralelogramov.



**Vprašajmo se:**

Pri katerih 4-kotnikih je včrtani lik kvadrat, pravokotnik ali romb?

Na poti do rešitve spodbujamo glede na situacijo, najpogosteje induktivno.

Izhajamo iz znanih 4-kotnikov, proučujemo včrtane like ter povezave z ugotovitvami na osnovi dokaza.

Poskušamo najti splošno rešitev.

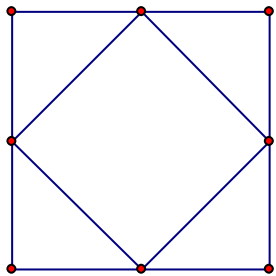
Pomagala na poti do splošne ali delne rešitve.

<b>Znani štirikotniki</b>	<b>Včrtani paralelogrami</b>
kvadrat	
pravokotnik	
romb	

# Primer delne rešitve

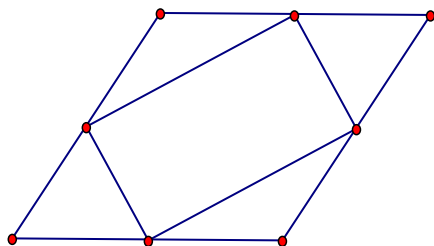
<b>Dani včrtani paralelogram</b>	<b>Iskani štirikotnik</b>
kvadrat	kvadrat
pravokotnik	?
romb	pravokotnik

# Skupne lastnosti delnih rešitev



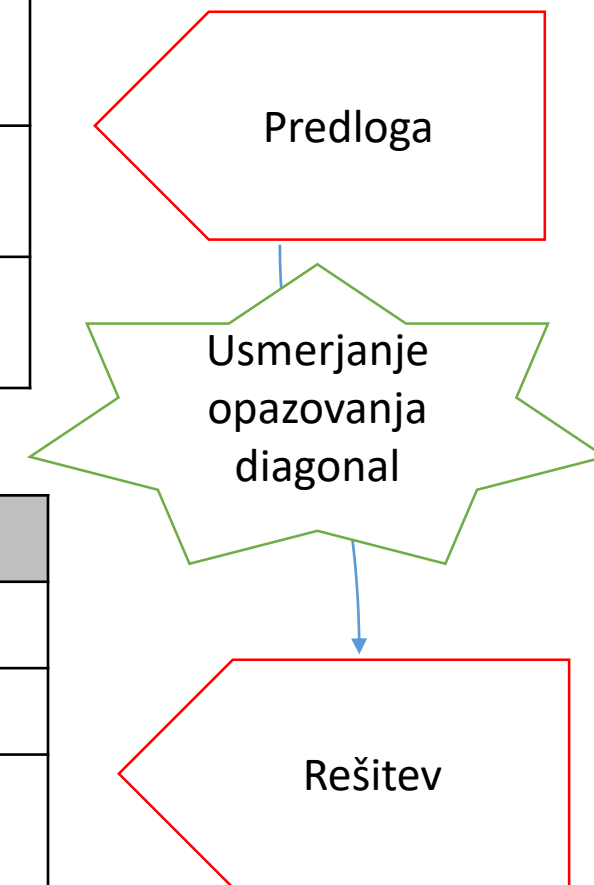
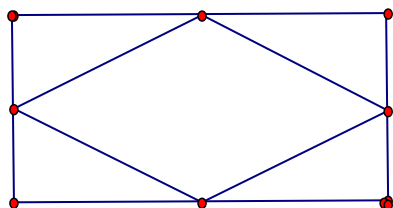
<u>Skupne lastnosti</u>	
<b><u>Dani včrtani paralelogram</u></b>	
<b>kvadrat</b>	<b>pravokotnik</b>

<u>Skupne lastnosti</u>	
<b><u>Iskani štirikotnik</u></b>	
<b>kvadrat</b>	<b>romb</b>



<u>Skupne lastnosti</u>	
<b><u>Dani včrtani paralelogram</u></b>	
<b>kvadrat</b>	<b>pravokotnik</b>
Enaki notranji koti Notranji koti so pravi	

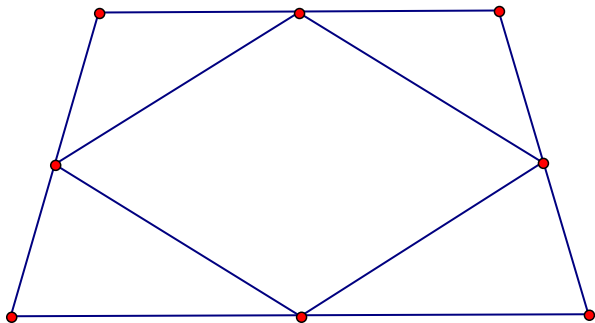
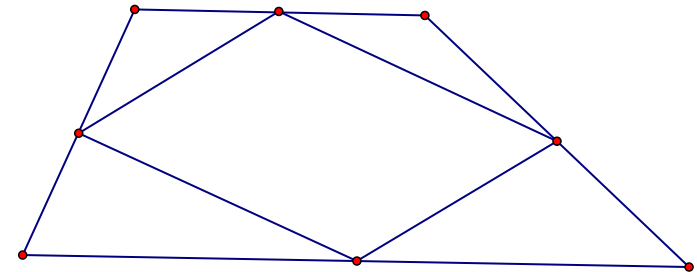
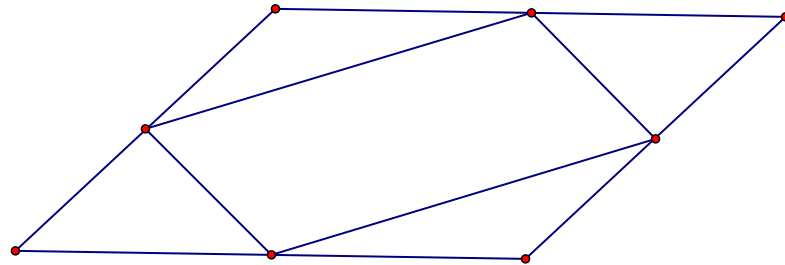
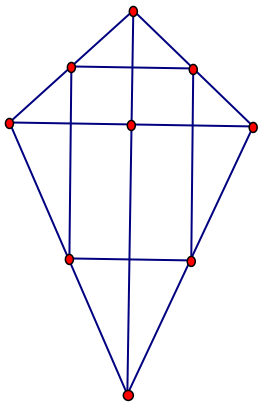
<u>Skupne lastnosti</u>	
<b><u>Iskani štirikotnik</u></b>	
<b>kvadrat</b>	<b>romb</b>
Enako dolge stranice <b>Diagonali se sekata pravokotno</b>	



# Na induktivni poti ...

do formalnega in splošnega zaključka običajno še sledijo primeri

- deltoida,
- poljubnega paralelograma,
- trapeza in enakokrakega trapeza.



Vizualne slike dajejo ideje, vendar ne prepričajo, zato se je treba pri sklepanju in zaključevanju osredotočiti na diagonali izhodiščnega lika.

# Faza na poti do rešitve

<u>Skupne lastnosti diagonal</u>	
Dani včrtani paralelogram	
<b>kvadrat</b>	<b>pravokotnik</b>
Notranji koti so pravi Enaki notranji koti	
<u>Razlike</u>	
Različno dolgi sosednji stranici	

<u>Skupne lastnosti</u>	
Iskani štirikotnik	
<b>kvadrat</b>	<b>romb</b>
Diagonali se sekata pravokotno	
<u>Razlike</u>	
Različno dolgi diagonalni	

# Primer delne rešitve

<b>Dani včrtani paralelogram</b>	<b>Iskani štirikotnik</b>
kvadrat ( <i>enake stranice, enaki in pravi koti</i> )	kvadrat ( <i>enako dolgi diagonalni, pravokotni diagonalni</i> )
pravokotnik ( <i>različne stranice, enaki in pravi koti</i> )	romb ( <i>diagonalni <u>nista</u> enako dolgi, pravokotni diagonalni</i> )
romb ( <i>enake stranice</i> )	pravokotnik ( <i>enako dolgi diagonalni</i> )



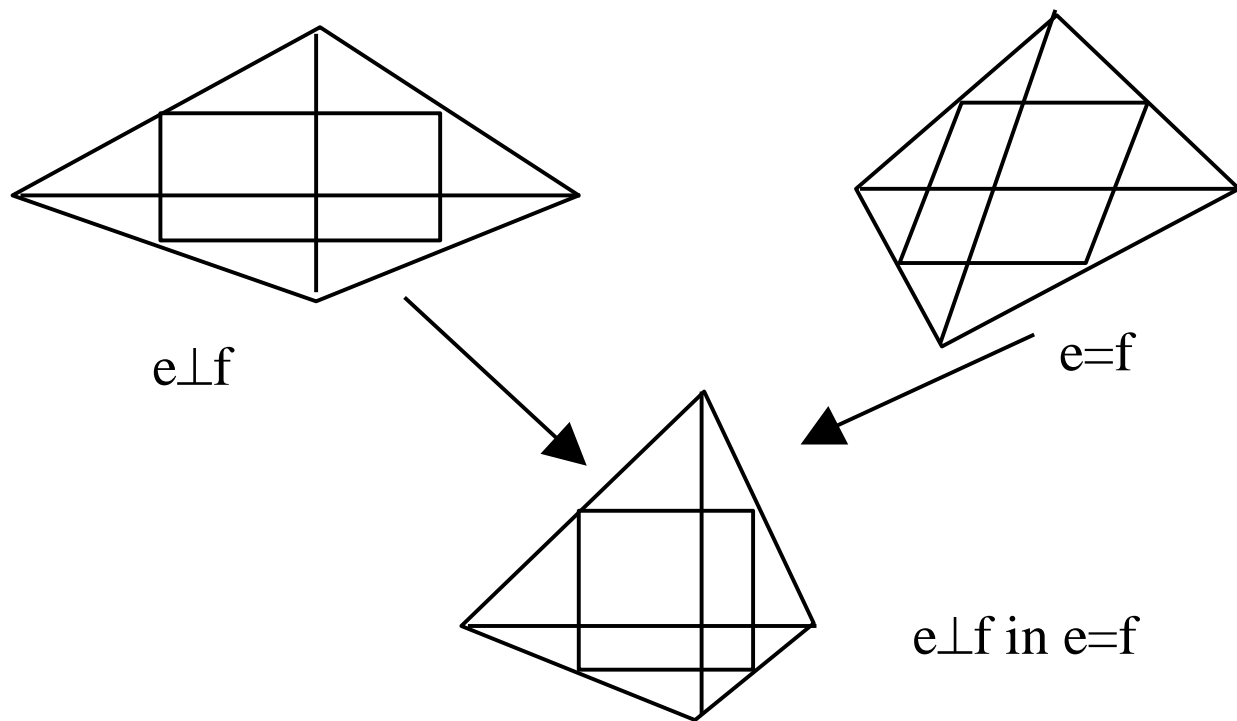
Dani včrtani paralelogram	Iskani štirikotnik
kvadrat	kvadrat
pravokotnik	romb, deltoid
romb	Pravokotnik, enakokraki trapez

Delna rešitev oziroma rešitev v okviru imenovanjih 4-kotnikov.

Dani včrtani paralelogram	Iskani štirikotnik
kvadrat	kvadrat, <b>deltoid z enakima diagonalama, enakokraki trapez s pravokotnima diagonalama</b>
pravokotnik	romb, deltoid
romb	Pravokotnik, enakokraki trapez

Delna dopolnjena rešitev v okviru imenovanjih 4-kotnikov.

# Splošna rešitev

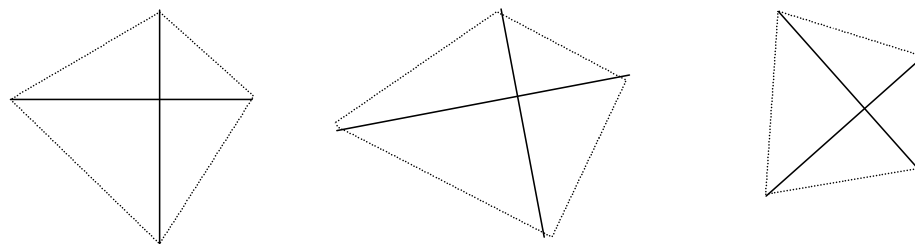


Iskanje konveksnih 4-kotnikov „iz diagonal“.  
Napovejte včrtane like. 😊



Enako dolgi diagonali.

Diagonali sta pravokotni druga na drugo.

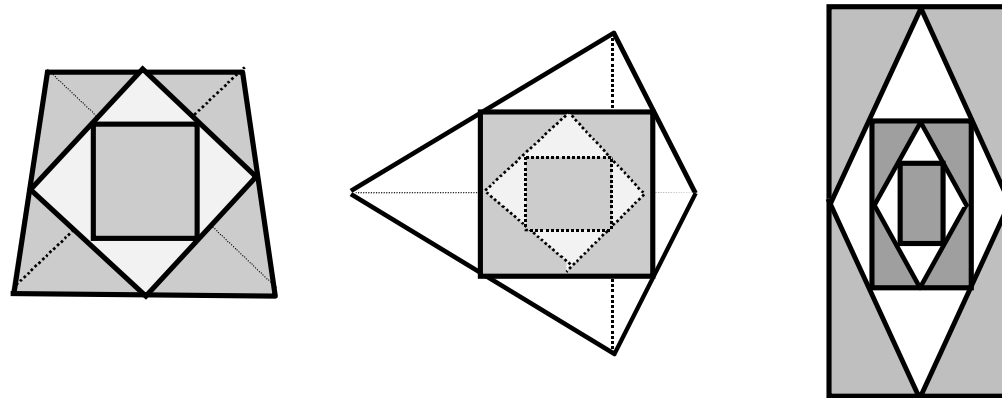


Diagonali sta pravokotni druga na drugo in enako dolgi.

# Zaključek

Funkcija dokaza v izobraževanju je tudi v naslednjem:

- dokaz vzpostavlja zveze med pojmi in razvija razumevanje,
- delo z dokazi odpira ideje za nove probleme oziroma njihove razširitve ali posplošitve.



Naj slikice vzpodbudijo nadaljnja vprašanja. Hvala za pozornost, udeležbo in povratne informacije.