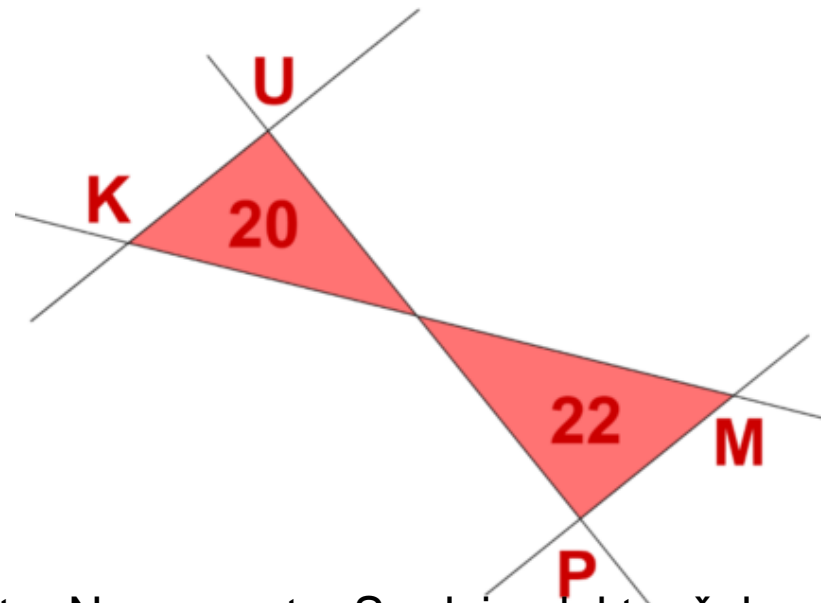




# VREDNOTENJE MATEMATIČNEGA ZNANJA NA SPLOŠNI MATURI



**mag. Simona Pustavrh**, Šolski center Novo mesto, Srednja elektro šola in tehniška gimnazija,

**Simona Vreš**, Šolski center Ravne na Koroškem, Gimnazija Ravne na Koroškem,

**ddr. Janez Žerovnik**, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo

**Državna predmetna komisija za splošno matura za matematiko**



# Predmetni izpitni katalog za splošno matura 2021 - matematika

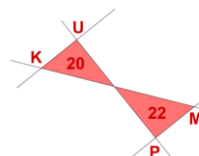
## 3.1 Shema izpita

Shema izpita na osnovni in na višji ravni je enaka.

### ► Pisni izpit – zunanji del izpita

Izpitna pola	Trajanje	Delež pri oceni	Ocenjevanje	Pripomočki	Priloga
1	90 minut	40 %	zunanje	nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka in geometrijsko orodje <sup>3</sup>	Priloga s formulami je del izpitne pole.
2	90 minut	40 %	zunanje	nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirka, geometrijsko orodje <sup>3</sup> in <u>računalo<sup>4</sup></u>	Priloga s formulami je del izpitne pole.
<b>Skupaj</b>	<b>180 minut</b>	<b>80 %</b>			

Na osnovni ravni je uvedena nova kategorija kratkih nalog.



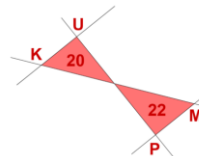
## Pomemben razlog za dve izpitni poli:

- vedno večja zmogljivosti računal
- težavnost preverjanja in ocenjevanja nekaterih ciljev

## Prilagojena klasifikacija nalog

(omejitve : »maturitetno računalo« )

- Za pripravo primernih maturitetnih nalog (in točkovnikov!)
- Za pripravo kandidatov na maturo.



# Viri

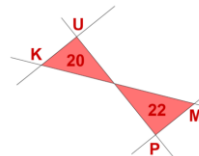
- **stare maturitetne pole**
- **zbirka**

Grahor, A., Kušar, B., Pustavrh, S., Šemrl, P., Škufca, R., Vreš, S., Žerovnik, J. (2021):

***MATEMATIKA Nekaj kratkih nalog na splošni maturi; 1. izdaja*** - elektronsko gradivo. RIC, Ljubljana.

(<https://www.ric.si/mma/zbirka-kratkih-nalog-sm-matematika-2021-pdf/2021042916082181/?m=1619705301>)

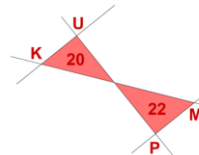
- **Spletna stran RIC z vsemi relevantnimi podatki o maturi**  
(<https://www.ric.si/splosna-matura/predmeti/matematika/>)



# Računala

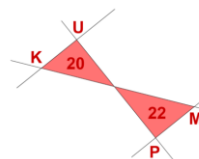
Nekaj metod, ki jih zmorejo računala (preizkušeno na računalu CASIO fx-991EX):

- **rešijo kvadratno enačbo, izračunajo koordinati temena kvadratne funkcije,**
- **rešijo sistem linearnih enačb (do vključno štirih enačb s štirimi neznankami),**
- **rešijo polinomske enačbe in neenačbe do vključno 4. stopnje,**
- **izračunajo vrednost odvoda v dani točki, vrednost določenega integrala, vsoto končne vrste,**
- **računajo s kompleksnimi števili,**
- računajo z natančnimi vrednostmi (delno korenjenje, racionalizacija ...),
- dano naravno število zapišejo kot produkt praštevilskih potenc,
- izračunajo kot med vektorjema,
- poiščejo približek rešitve enačbe z Newtonovo metodo,
- omogočajo izračun koeficientov (nekaj ponujenih) modelov za modeliranje s funkcijami.



# Klasifikacija

- 1. Naloge tipa P12:** Naloge, ki so neobčutljive na rabo računala.
- 2. Naloge tipa P12T:** Naloge, ki jih različno vrednotimo glede na rabo računala.
- 3. Naloge tipa P1:** Naloge, ki so z uporabo računala razvrednotene.
- 4. Naloge tipa P2:** Naloge, pri katerih potrebujemo računalno.



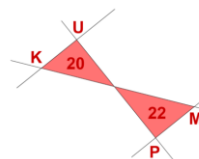
# P12: Naloge, ki so neobčutljive na rabo računalna

## Splošna matura - avgust 2017, naloga 5

Izračunajte nedoločeni integral  $\int \left( \frac{2x^2-3}{x} + \sqrt[3]{x^2} - e^x + 5 \right) dx$ .

Točkovnik:

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5	2	Preoblikovanje prvega člena v $2x - \frac{3}{x}$	1+1
	1	Le zapis $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$	
	5	Rezultat, npr. $x^2 - 3 \ln x  + \frac{3x^{\frac{5}{3}}}{5} - e^x + 5x + C$ (lahko tudi brez $C$ )	Vsak člen ... 1 točka.
Skupaj	8		



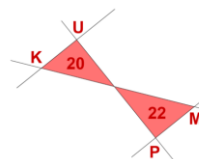
# P12T: Naloge, ki jih različno vrednotimo glede na rabo računalna

## Splošna matura - avgust 2016, naloga 10

10. Graf funkcije  $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  s predpisom  $f(x) = x^2$  prezrcalimo prek simetrale lihih kvadrantov  $y = x$ . Tako dobimo graf funkcije  $g$ .

10.1. Zapišite predpis funkcije  $g$ .

10.2. Izračunajte ploščino območja, ki ga oklepata grafa funkcij  $f$  in  $g$ .



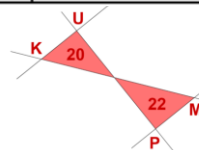


# P12T: Naloge, ki jih različno vrednotimo glede na rabo računalna

## Splošna matura - avgust 2016, naloga 10

Točkovnik:

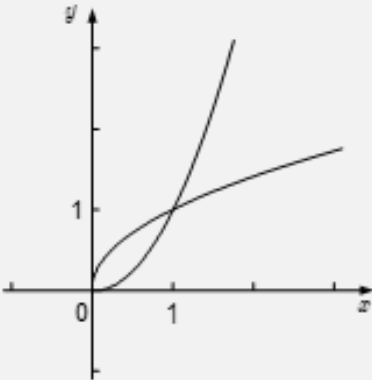
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
10.1	2	$g(x) = \sqrt{x}$	<p>Le zapis <math>x = y^2</math> ... ali narisana skica ... 1 točka.</p>
10.2	3	Zapis $S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$	<p>1+1+1 Zapis z določenim integralom ... 1 točka, meje ... 1 točka, integrand ... 1 točka.</p>
	2	Izračun $\int (\sqrt{x} - x^2) dx = \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{3} + C$ (lahko tudi brez $C$ )	<p>1+1 Za pravilno integriranje potenčne funkcije ... *1 točka.</p>
	1	Izračun $S = \frac{1}{3}$	
<b>Skupaj</b>	<b>8</b>		

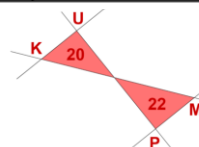


# P12T: Naloge, ki jih različno vrednotimo glede na rabo računala

## Splošna matura - avgust 2016, naloga 10

Če je naloga na IP2, priredimo točkovnik.

Točkovnik:			
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
10.1	2	$g(x) = \sqrt{x}$	Le zapis $x = y^2$ ... ali narisana skica ... 1 točka. 
10.2	3	Zapis $S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$	1+1+1 Zapis z določenim integralom ... 1 točka, meje ... 1 točka, integrand ... 1 točka.
	1	Izračun $S = \frac{1}{3}$	
Skupaj	6		



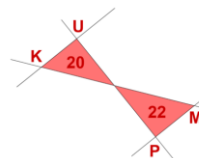
# P1: Naloge, ki so z uporabo računalna razvrednotene

## Preizkus 1 brez računalna, naloga 2

Delno korenite in izračunajte  $\sqrt{20} - \sqrt{80} + 3\sqrt{125}$ .

### Točkovnik:

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
	2	Rezultat $13\sqrt{5}$	Delno korenjenje $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ , $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ , $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ ... 1 točka.



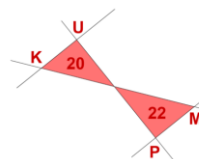
# P1: Naloge, ki so z uporabo računalna razvrednotene

## Splošna matura - avgust 2005, naloga 7

Kompleksno število  $(5 - 10i)^2 \cdot (2 + i)^{-1}$  zapišite v obliki  $a + bi$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

### Točkovnik:

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
7	2	Izračunan kvadrat $-75 - 100i$	Le zapis $25 - 100i + 100i^2$ ... 1 točka.
	2	Izračunano obratno število $\frac{2-i}{5}$	Le zapis $\frac{1}{2+i}$ ... 1 točka.
	1	Krajšanje s 5	
	2	Izračunan produkt $-50 - 25i$	1+1
Skupaj	7		



## P2: Naloge, pri katerih potrebujemo računalo

### Splošna matura - junij 2019, naloga 6

V trikotniku  $ABC$  stranica  $AB$  meri 6 cm. Kot  $\alpha = \sphericalangle BAC$  meri  $70^\circ$  in kot  $\gamma = \sphericalangle ACB$  meri  $30^\circ$ . Izračunajte dolžino stranice  $AC$  in ploščino trikotnika  $\triangle ABC$ . Rezultata zaokrožite na dve decimalki.

Točkovnik:

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
	1. način		
6	4	zračunan približek dolžine stranice $AC$ , $ AC  \doteq 11,82$ cm	Izračunan $\beta = 80^\circ \dots$ 1 točka. Zapis ali uporaba sinusnega izreka za izračun stranice $b =  AC $ , $\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta} \dots$ *1 točka. Izračunan $b = \frac{c \cdot \sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{6 \cdot \sin 80^\circ}{\sin 30^\circ} \dots$ 1 točka.
	2	Izračunan približek ploščine trikotnika $ABC$ , $S \doteq 33,31$ cm <sup>2</sup>	Zapis ali uporaba formule, npr. $S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \dots$ *1 točka.
	2. način		
	4	Naj bo $N$ nožišče višine na $AC$ . Izračunan približek dolžine stranice $AC$ , $ AC  =  AN  +  NC  \doteq 11,82$ cm	Zapis ali uporaba $ AN  = c \cdot \cos \alpha \dots$ 1 točka. Zapis ali uporaba $v_{AC} = c \cdot \sin \alpha \dots$ 1 točka. Zapis ali uporaba $ NC  = \frac{v_{AC}}{\tan \gamma} \dots$ *1 točka.
	2	Izračunan približek ploščine trikotnika $ABC$ , $S \doteq 33,31$ cm <sup>2</sup>	Zapis ali uporaba formule, npr. $S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \dots$ *1 točka.
Skupaj	6		Če kandidat nikjer pri rezultatih ne zapiše enot, se mu odšteje 1 točka.



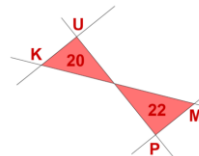
# DELAVNICA

## Navodila

Na delovnem listu je 11 nalog.

Vsako nalogo uvrstite na ustrezno izpitno polo oziroma v ustrezno kategorijo:

**P1    P2    P12    P12T**



## 1. naloga (junij 2019, naloga 10)

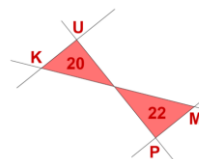
P1 P2 P12 P12T

Gospa Marija je 12.500 € vložila v banko, ki uporablja obrestno obrestovanje in 1,5% letno obrestno mero. Banka pripiše obresti ob koncu vsakega iztečenega leta varčevanja. Pri nalogi upoštevajte, da banka ne spreminja svojih pogojev in da Marija ne dviga denarja naslednja 4 leta.

- 1.1. Koliko evrov obresti so Mariji pripisali po prvem letu varčevanja?  
Zapišite odgovor.
- 1.2. Koliko denarja je imela Marija na banki po štirih letih varčevanja?  
Zapišite odgovor.

(5 točk)

# P2



## 2. naloga (junij 2020, naloga 4)

P1 P2 P12 P12T

Dana je kvadratna funkcija  $f$  s predpisom  $f(x) = -2x^2 - 4x$ .

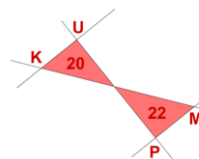
Izračunajte ničli dane funkcije, izračunajte teme in narišite graf.

Zapišite vse vrednosti  $x$ , za katere je  $f(x) > 0$ .

Na katerem intervalu je funkcija naraščajoča? Zapišite največji tak interval.

Rešite enačbo  $f(x) = -10$ . Nalogo rešite brez računalna.

(8 točk)

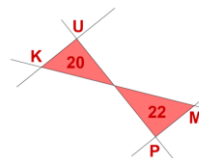




# Točkovnik

- Izračunani ničli  $x_1 = 0, x_2 = -2$  ..... 1 točka
- Zapisano teme  $T(-1, 2)$  ..... (1 + 1) 2 točki  
(Zadošča  $p = -1$  in  $q = 2$ .)
- Narisan graf ..... 1 točka
- Odgovor, npr.  $f(x) > 0$  za vsak  $x \in (-2, 0)$  ..... \*1 točka  
(Postopkovno točko dobi kandidat le, če iz napačnega grafa kvadratne funkcije pravilno razbere rešitev neenačbe.)
- Funkcija je naraščajoča na intervalu  $(-\infty, -1]$  ..... \*1 točke  
(Postopkovno točko dobi kandidat le, če iz napačnega grafa kvadratne funkcije pravilno razbere iskani interval. Toleriramo tudi rešitev  $(-\infty, -1)$ .)
- Zapisani rešitvi enačbe, npr.  $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{6}$  ..... 2 točki  
(Le zapis urejene enačbe, npr.  $-2x^2 - 4x + 10 = 0$  ... 1 točka.)

## P1

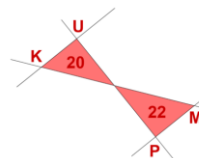


### 3. naloga (avgust 2009, naloga 10)

P1 P2 P12 P12T

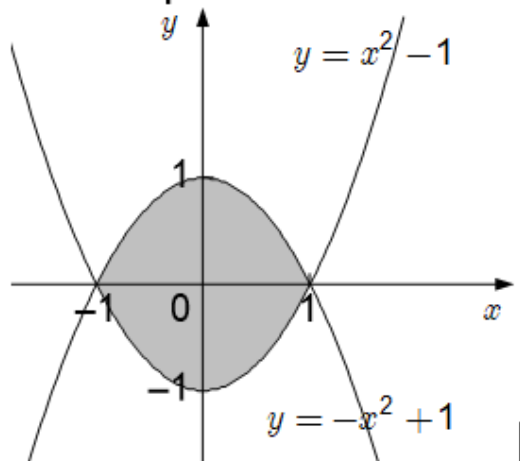
Narišite grafa kvadratnih funkcij  $f(x) = -x^2 + 1$  in  $g(x) = x^2 - 1$  v dani koordinatni sistem. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta grafa obeh funkcij.

(8 točk)



# Točkovnik

Narisani paraboli v koordinatnem sistemu. .... (1+1) 2 točki



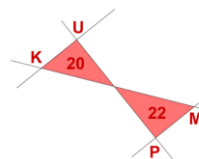
**P12T**

Zapisana ploščina z določenim integralom, npr.  $S = \int_{-1}^{+1} (2 - 2x^2) dx$  ..... (1+1) 2 točki

Izračunan nedoločeni integral, npr.  $2x - \frac{2x^3}{3} + C$  (lahko tudi brez  $C$ ). (1+1) 2 točki

Pravilno vstavljeni integracijski meji ..... \*1 točka

Zapisan rezultat  $S = \frac{8}{3}$  ..... 1 točka



#### 4. naloga (avgust 2019, naloga 6)

P1 P2 P12 P12T

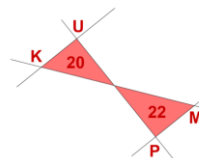
Naj bosta  $\vec{i} = (1, 0)$  in  $\vec{j} = (0, 1)$  vektorja v ravnini  $\mathbb{R}^2$ .

4.1. Določite  $t \in \mathbb{R}$  tako, da bosta vektorja  $\vec{u} = t \cdot \vec{i} + \vec{j}$  in  $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i} - \vec{j}$  pravokotna.

4.2. Določite vse  $s \in \mathbb{R}$  tako, da bosta vektorja  $\vec{u} = s \cdot \vec{i} + \vec{j}$  in  $\vec{v} = 2 \cdot \vec{i} + s \cdot \vec{j}$  vzporedna.

(7 točk)

## P12

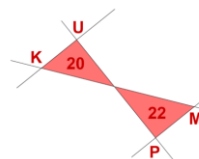


## 5. naloga (nova naloga)

P1 P2 P12 P12T

Izračunajte, za katere vrednosti  $x$  so  $x+1$ ,  $3x+1$ ,  $3x^2-1$  prvi trije členi aritmetičnega zaporedja. Koliko členov naraščajočega aritmetičnega zaporedja je manjših od 5500?

(8 točk)



## Točkovnik

Zapis ali uporaba zveze med zaporednimi členi aritmetičnega zaporedja ... 1 točka.

Ureditv enačbe, npr.  $3x^2 - 5x - 2 = 0$  ... 1 točka.

Uporaba ali zapis formule za reševanje kvadratne enačbe ali razcep enačbe ... 1 točka.

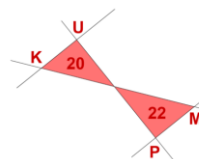
Zapisani rešitvi  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = -\frac{1}{3}$  ... 1 +1 točka.

Le izračun prvega člena  $a_1 = 3$  ali difference  $d = 4$  ... 1 točka.

Zapis neenačbe  $4n - 1 < 5500$  ... \*1 točka.

Od 5000 je manjših 1375 členov. ... 1 točka.

# P12T

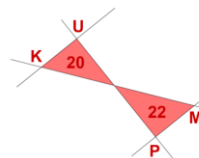


## 6. naloga (junij 2018, naloga 6)

P1 P2 P12 P12T

Dana sta polinoma  $p$  in  $q$  s predpisoma  $p(x) = x^3 + 2x$  in  $q(x) = -2x^2 - 1$ . Rešite enačbo  $p(x) = q(x)$  v množici kompleksnih števil. Dokažite, da ima vsaka rešitev enačbe  $p(x) = q(x)$  absolutno vrednost 1.

(7 točk)



# Točkovnik

Zapis ali ugotovitev, da je rešitev enačbe  $x_1 = -1$  .....2 točki

(Le urejena enačba ... 1 točka.)

Rešitvi, npr.  $x_{2,3} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$  ..... 3 točke

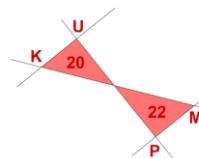
(Zapisana ali uporabljena kvadratna enačba  $x^2 + x + 1 = 0$  ... 1 točka. \*1 + 1

(Postopkovno točko dobi kandidat, ki pravilno reši svojo kvadratno enačbo.)

Izračunane absolutne vrednosti vseh treh rešitev enačbe .....2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za  $|z|$  ... \*1 točka.)

## P1



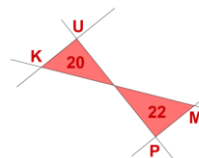


## 7. naloga (junij 2016, naloga 8)

P1 P2 P12 P12T

Zemljišče s ploščino  $405 \text{ m}^2$  ima obliko pravokotnika. Za njegovo ograditev bi potrebovali  $81 \text{ m}$  ograje. Izračunajte dolžino in širino zemljišča.

(6 točk)



# Točkovnik

Zapisana ali uporabljena formula za ploščino pravokotnika, npr.  $S = ab$  ... 1 točka

Zapisana ali uporabljena formula za obseg pravokotnika, npr.  $o = 2a + 2b$  . 1 točka

Zapisana kvadratna enačba z eno neznaniko, npr.  $a(40,5 - a) = 405$  ..... \*1 točka

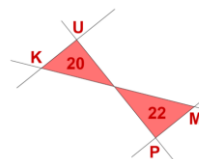
(Postopkovno točko prejme kandidat za pravilno reševanje svojega sistema.)

Urejena kvadratna enačba, npr.  $a^2 - 40,5a + 405 = 0$  ..... 1 točka

Zapisana rešitev, npr.  $a = 22,5$  m in  $b = 18$  m ..... (1 + 1) 2 točki

(Le rešitev kvadratne enačbe, npr.  $a_1 = 22,5$  m in  $a_2 = 18$  m ... 1 točka.)

## P2

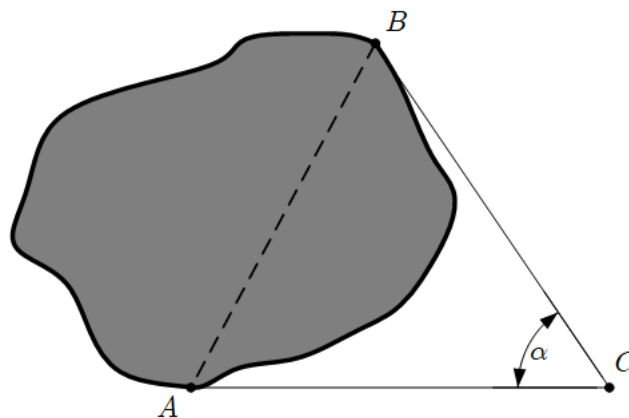


## 8. naloga (junij 2015, naloga 5)

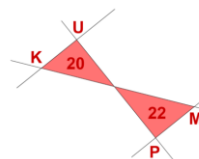
P1 P2 P12 P12T

Janez je dobil nalogo, da izračuna širino jezera med točkama  $A$  in  $B$ . Izmeril je  $|AC| = 255$  m,  $|BC| = 232$  m in  $\alpha = 56^\circ$ . Kolikšna je razdalja med točkama  $A$  in  $B$ ? Rezultat zaokrožite na meter natančno.

(5 točk)



P2



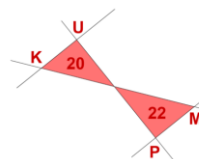
## 9. naloga (avgust 2009, naloga 1)

P1 P2 P12 P12T

Zapišite kompleksno število  $z = (2 - i)(1 + 3i)$  v obliki  $a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ .  
Število  $z$  narišite v kompleksni ravnini in izračunajte  $|z|$ . Rezultat delno korenite.

(6 točk)

# P1



## 10. naloga (junij 2018, naloga 8)

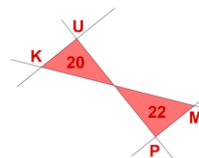
P1 P2 P12 P12T

Dan je pravokotnik  $ABCD$  z oglišči  
 $A(-3, -2)$ ,  $B(3, -2)$ ,  $C(3, 2)$  in  $D(-3, 2)$ .

- 10.1. Zapišite enačbo elipse v središčni legi, ki je včrtana v pravokotnik  $ABCD$  in se dotika vseh štirih njegovih stranic.
- 10.2. Zapišite enačbo hiperbole v središčni legi, ki ima teme v točki  $T(0, 2)$ , njeni asimptoti pa sta nosilki diagonal pravokotnika  $ABCD$ .
- 10.3. Zapišite enačbo krožnice, ki ima središče v točki  $C$  in poteka skozi točko  $A$ .

(8 točk)

# P12



## 11. naloga (junij 2009, naloga 4)

P1 P2 P12 P12T

Dana je kvadratna enačba  $ax^2 - 4x + 2 = 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ . Rešite to enačbo za  $a = -2$ . Zapišite točni rešitvi. Za katera števila  $a$  ima zgornja enačba dve različni realni rešitvi?

(6 točk)

P1

